

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
ВОЛГОГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Е. А. Дьячков, В. Д. Зорин, С. Г. Телица, Е.А. Федянов

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ СИЛ ДАВЛЕНИЯ
ЖИДКОСТИ НА СТЕНКИ СОСУДОВ**

(гидростатика в примерах и задачах)

Учебное пособие

РПК “Политехник”
ВОЛГОГРАД 2004

УДК 523.5 (076.5)

Рецензенты: кафедра "Нефтегазовые сооружения" ВГАСА, зав. кафедрой д-р техн. наук, проф. В.И. Пындак; зам. главного конструктора ОАО ВГТЗ, канд. техн. наук В.В. Косенко

Определение сил давления жидкости на стенки сосудов (гидростатика в примерах и задачах): Учеб. пособие / Е. А. Дьячков, В. Д. Зорин, С. Г. Теллица, Е. А. Федянов / ВолгГТУ. - Волгоград, 2004. – 43 с.

Изложены теоретические основы решения инженерных задач по определению сил давления жидкости на стенки сосудов, приведены методика и примеры решения таких задач. Содержатся оригинальные задания для самостоятельной работы.

Предназначается для студентов бакалавриата.

Ил.30. Табл. 12. Библиогр.: 4 назв.

Печатается по решению редакционно-издательского совета
Волгоградского государственного технического университета

© Волгоградский
государственный
технический
университет, 2004

1. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ГИДРОСТАТИЧЕСКОГО ДАВЛЕНИЯ В ЖИДКОСТИ

1.1. Гидростатическое давление и его свойства

Вследствие текучести жидкость может воспринимать только силы, действие которых распределено по поверхности или по объёму. К поверхностным силам относятся, прежде всего, силы давления. Наиболее типичными примерами массовых сил являются силы тяжести и инерции. Действие последних проявляет себя, в частности, при относительном покое, когда жидкость неподвижна относительно сосуда, однако вместе с ним участвует в ускоренном движении.

В случае приложения внешних сил, жидкость, как и всякое другое физическое тело, реагирует возникновением напряжений. Применительно к жидкости напряжения сжатия называются гидростатическим давлением. Величина гидростатического давления, действующего в пределах элементарной площадки dS , определяется как

$$p = \frac{dF}{dS}, \quad (1.1)$$

где dF - элементарная сила.

При равномерном распределении действия силы F по площади S гидростатическое давление

$$p = \frac{F}{S}. \quad (1.2)$$

За единицу давления в системе СИ принят паскаль (Па): $1 \text{ Па} = \text{Н/м}^2$. В инженерной практике обычно оперируют более крупными кратными паскалю единицами: килопаскалем ($1 \text{ кПа} = 10^3 \text{ Па}$) и мегапаскалем ($1 \text{ МПа} = 10^6 \text{ Па}$). Широко используются такие внесистемные единицы: бар, равный 10^5 Па , и техническая атмосфера 1 кгс/см^2 . Перечисленные единицы измерения давления связаны между собой следующим образом: $1 \text{ кгс/см}^2 = 0,981 \text{ бар} = 98,1 \text{ кПа} = 98100 \text{ Па} = 0,0981 \text{ МПа}$.

Гидростатическое давление обладает двумя характерными свойствами: во-первых, оно всегда направлено по нормали к площадке, на которую действует, во-вторых, в заданной точке жидкости гидростатическое давление одинаково по величине по всем направлениям.

Гидростатическое давление измеряют манометрами или вакуумметрами. Любой манометр показывает избыточное давление, то есть превышение давления в точке измерения над атмосферным. Если к показаниям манометра прибавить атмосферное давление, то получим величину абсолютного, или полного давления:

$$P_{\text{абс}} = P_{\text{изб}} + P_{\text{атм}}. \quad (1.3)$$

Вакуумметр показывает разность между атмосферным и абсолютным давлениями:

$$p_{\text{вак}} = p_{\text{атм}} - p_{\text{абс}} \quad (1.4)$$

Величина, измеряемая вакуумметром, называется вакуумом или вакуумметрическим давлением.

1.2. Распределение гидростатического давления в жидкости

Распределение гидростатического давления в жидкости может быть в общем случае найдено из дифференциального уравнения Л. Эйлера для равновесия жидкости:

$$dp = \rho(q_x dx + q_y dy + q_z dz), \quad (1.5)$$

где ρ – плотность жидкости, кг/м^3 ; q_x , q_y , q_z – проекции результирующей единичной массовой силы на координатные оси.

Рассмотрим вначале интегрирование уравнения (1.5) для случая так называемого абсолютного покоя жидкости. Будем считать, что на жидкость действует единственная массовая сила – сила тяжести. Направив ось z вертикально вверх (рис.1), будем иметь $q_x = q_y = 0$, а $q_z = -g$, где g – ускорение свободного падения. В результате интегрирования получаем

$$p = p_0 + \rho g(z - z_0) = p_0 + \rho gh, \quad (1.6)$$

где p_0 – давление в жидкости на уровне, соответствующем координате z_0 , h – расстояние от уровня с координатой z до уровня с координатой z_0 . Уравнение (1.6) называют основным уравнением гидростатики.

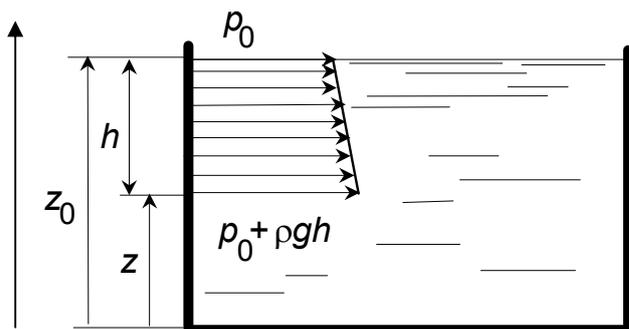


Рис.1.1. Распределение давления в абсолютно покоящейся жидкости

Обратим внимание на то, что в большинстве встречающихся в инженерной практике гидростатических задач известным является давление на свободной поверхности жидкости. В открытых, а также в закрытых негерметичных сосудах это давление равно атмосферному: $p_0 = p_{\text{атм}}$.

Из основного уравнения гидростатики (1.6) следует, что по высоте столба жидкости, находящейся в покое, гидростатическое давление меняется по линейному закону (рис.1.1).

В гидростатике широко пользуются понятием поверхности уровня. Это такая поверхность, во всех точках которой давление одно и то же. Оче-

видно, что на поверхности уровня $dp = 0$. С учетом последнего из уравнения (1.5) следует

$$q_x dx + q_y dy + q_z dz = 0. \quad (1.7)$$

В рассмотренном выше случае абсолютного покоя жидкости решением уравнения (1.7) является $z = \text{const}$, то есть поверхности уровня представляют собой горизонтальные плоскости.

При относительном покое жидкость вместе с сосудом, в котором она находится, участвует в равноускоренном движении. Вследствие этого кроме силы тяжести необходимо учитывать еще одну массовую силу – силу инерции. Выражение последней зависит от конкретного случая движения.

При равномерном вращении сосуда с жидкостью вокруг вертикальной оси (рис.1.2) центробежная сила инерции пропорциональна квадрату произведения радиуса r на угловую скорость ω и действует в радиальном направлении. Интегрируя уравнение (1.7) для этого случая, получаем

$$z = z_0 + \frac{\omega^2 r^2}{2g}, \quad (1.8)$$

где z_0 – вертикальная координата точки пересечения свободной поверхности жидкости с осью вращения. Нетрудно видеть, что поверхности уровня в жидкости, равномерно вращающейся вместе с сосудом, представляют собой параболоиды (рис.1.2).

Распределение давления в жидкости, равномерно вращающейся вместе с сосудом, найдем в предположении, что известно давление p_0 на свободной поверхности. Решая при этом условии дифференциальное уравнение (1.5), получаем

$$p = p_0 + \rho \frac{\omega^2 r^2}{2} + \rho g(z_0 - z). \quad (1.9)$$

Анализируя выражение (1.9), приходим к выводу, что вдоль вертикали давление в жидкости, равномерно вращающейся вместе с сосудом, распределяется так же, как и в абсолютно покоящейся жидкости, по линейному закону.

В другом случае относительного покоя – при равномерном вращении сосуда с жидкостью вокруг горизонтальной оси с центростремительным ускорением много большим ускорения свободного падения, поверхности уровня оказываются круговыми цилиндрами, а давление распределяется в направлении радиуса по закону

$$p = p_0 + \rho \frac{\omega^2}{2} (r^2 - r_0^2), \quad (1.10)$$

где r – радиус рассматриваемой точки относительно оси вращения, r_0 – радиус поверхности уровня, на которой давление известно и равно p_0 .

При прямолинейном равномерно ускоренном (замедленном) движении сосуда с жидкостью (рис.1.3) интегрирование уравнения (1.5) дает

$$\rho = \rho_0 + \rho j l, \quad (1.11)$$

где j – результирующая единичная массовая сила, l – расстояние вдоль оси, направление которой совпадает с направлением действия результирующей массовой силы.

Направление действия результирующей массовой силы зависит от соотношения ускорения \mathbf{a} в поступательном движении и ускорения свободного падения. Сила инерции, обусловленная движением с ускорением $\mathbf{\bar{a}}$, направлена в сторону, противоположенную этому ускорению, и, как следствие, вектор единичной силы инерции равен $-\mathbf{\bar{a}}$. Вектор \vec{j} результирующей единичной массовой силы представляет собой сумму $\vec{g} + (-\mathbf{\bar{a}}) = \vec{g} - \mathbf{\bar{a}}$. Угол α между направлением векторов \vec{j} и \vec{g} можно выразить как

$$\alpha = \arccos\left(\frac{g}{j}\right). \quad (1.12)$$

1.3. Определение положения поверхности пьезометрического напора

Поверхностью пьезометрического напора называется такая поверхность, во всех точках которой абсолютное давление равно атмосферному, т.е. она является частным случаем поверхностей уровня.

В случае абсолютного покоя жидкости поверхность пьезометрического напора является горизонтальной плоскостью.

Для случаев относительного покоя поверхность пьезометрического напора принимает следующие формы:

- а) наклонной плоскости, перпендикулярной равнодействующей сил инерции и сил тяжести – в случае прямолинейного равноускоренного движения сосуда с жидкостью;
- б) параболоида вращения, поверхность которого в каждой точке нормальна направлению действия результирующей массовой силы в этой же точке – в случае вращения сосуда с жидкостью вокруг вертикальной оси;
- в) кругового цилиндра – при вращении сосуда с жидкостью вокруг горизонтальной оси с центростремительным ускорением много большим ускорения свободного падения.

Положение поверхности пьезометрического напора относительно свободной поверхности зависит от величины давления ρ_0 над последней. Если $\rho_0 = \rho_{\text{атм}}$, то поверхности пьезометрического напора и свободная совпадают. Если $\rho_0 > \rho_{\text{атм}}$, то есть над свободной поверхностью имеет место

избыточное давление $p_{\text{изб}} = p_{\text{абс}} - p_{\text{атм}}$, то поверхность пьезометрического напора располагается выше свободной на величину

$$h_{\text{изб}} = \frac{p_0 - p_{\text{атм}}}{\rho g} = \frac{p_{\text{изб}}}{\rho g}. \quad (1.13)$$

Если $p_0 < p_{\text{атм}}$, то есть над свободной поверхностью вакуум

$p_{\text{вак}} = p_{\text{атм}} - p_{\text{абс}}$, то поверхность пьезометрического напора оказывается ниже свободной поверхности на величину

$$h_{\text{вак}} = \frac{p_0 - p_{\text{атм}}}{\rho g} = -\frac{p_{\text{вак}}}{\rho g}. \quad (1.14)$$

Формулы (1.13) и (1.14) справедливы и в том случае, когда величина давления p_0 задана на произвольной поверхности уровня. В этих случаях $h_{\text{изб}}$ и $h_{\text{вак}}$ откладывается по тем же правилам от того уровня жидкости, давление на котором равно p_0 .

1.4. Построение эпюр гидростатического давления

Эпюра гидростатического давления представляет собой графическое изображение распределения величины этого давления по поверхности стенки сосуда или тела, находящегося в жидкости.

Пример построения эпюры избыточного гидростатического давления, действующего на плоские вертикальную и наклонную стенки бака, показан на рис. 1.4,а. На рис. 1.4,б приведен пример построения эпюры избыточного гидростатического давления на цилиндрическую стенку. Следует обратить внимание на то, что линии эпюры всегда направлены по нормальям к поверхности стенки. Для того, чтобы показать с какой стороны действует на стенку давление, линии эпюры вычерчивают со стрелками.

Рис. 1.4. Примеры построения эпюры гидростатического давления:
а) на плоские стенки; б) на криволинейные стенки

2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СИЛЫ ГИДРОСТАТИЧЕСКОГО ДАВЛЕНИЯ НА ПЛОСКИЕ СТЕНКИ

2.1. Определение силы давления

Сила F избыточного гидростатического давления на плоскую стенку произвольной формы площадью S определяется по формуле

$$F = \rho \cdot g \cdot h_c \cdot S, \quad (2.1)$$

где h_c - расстояние по вертикали от поверхности пьезометрического напора до центра тяжести рассматриваемой площади S .

Если $h_c > 0$, т.е. центр тяжести площадки располагается ниже поверхности пьезометрического напора, то $F > 0$ и, следовательно, сила действует со стороны жидкости на стенку.

Если $h_c < 0$, т.е. центр тяжести площадки располагается выше поверхности пьезометрического напора, то $F < 0$. Последнее означает, что сила F направлена снаружи внутрь жидкости.

При проведении расчетов конструкций резервуаров для жидкости или элементов гидротехнических сооружений необходимо помнить величины силы F знать также координату ее точки приложения. Эту точку называют центром давления.

Поскольку сила F , действующая на плоскую стенку, является равнодействующей распределенных на поверхности стенки элементарных сил, положение центра давления стенки элементарных сил, положение центра давления определяется с помощью теоремы о моментах. В соответствии с этой теоремой момент равнодействующей силы равен сумме моментов сил, составляющих систему.

Расчетная формула для определения положения центра давления имеет вид

$$Y_d = Y_c + \frac{J_c}{Y_c S}, \quad (2.2)$$

где Y_d - координата центра давления по оси, образованной пересечением плоскости стенки с вертикальной плоскостью; Y_c - координата центра тяжести площадки, по той же оси; J_c - момент инерции площадки относительно горизонтальной оси, проходящей через ее центр тяжести.

На рис. 2.1 показаны, входящие в формулу (2.2) величины на примере простейшей прямоугольной стенки с размерами $a \times b$.

Рис 2.1. Определение положения координаты центра давления на плоскую стенку

Правило знаков при использовании формулы (2.2): если поверхность пьезометрического напора располагается выше центра тяжести площадки, то $Y_c > 0$, $Y_d > 0$; если поверхность пьезометрического напора располагается ниже центра тяжести площадки, то $Y_c < 0$, $Y_d < 0$.

3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СИЛЫ ДАВЛЕНИЯ НА КРИВОЛИНЕЙНЫЕ СТЕНКИ

Сила давления на криволинейную поверхность произвольной формы находят через ее составляющие:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}, \quad (3.1)$$

где F_x , F_y , F_z – проекции силы на координатные оси прямоугольной системы координат.

Если в случае абсолютного покоя жидкости систему координат выбрать таким образом, что оси X и Y горизонтальны и лежат в плоскости пьезометрического напора, а ось Z – вертикальна, то входящие в формулу (3.1) проекции определяются следующим образом:

$$\begin{aligned}
F_x &= \rho g h_{c_{Sx}} \cdot S_x; \\
F_y &= \rho g h_{c_{Sy}} \cdot S_y; \\
F_z &= \rho g W
\end{aligned}
\tag{3.2}$$

где S_x и S_y – площади проекций криволинейной поверхности на координатную плоскость, перпендикулярную соответствующей оси; $h_{c_{Sx}}$, $h_{c_{Sy}}$ – расстояния по вертикали от поверхности пьезометрического напора до центров тяжести соответствующих проекций криволинейной поверхности; W – объём тела давления, то есть объём, заключённый между криволинейной поверхностью, поверхностью пьезометрического напора и вертикальными образующими, проведёнными через границы криволинейной поверхности.

Определение величин, входящих в формулы (3.2) иллюстрируется рис.3.1.

Рис 3.1 К определению проекций силы давления на криволинейную поверхность произвольной формы

В большинстве практических задач криволинейные поверхности симметричны некоторой вертикальной плоскости. В этом случае задача определения равнодействующей упрощается, поскольку она лежит в плоскости симметрии.

Рассмотрим подобный случай нахождения равнодействующей на примере поверхности, показанной на рис.3.2. Величина и направление равнодействующей силы F в этом случае определяется по двум составляющим: горизонтальной и вертикальной, как это показано на рис 3.2.

Величина и направление равнодействующей силы F в этом случае определяется по двум составляющим: горизонтальной и вертикальной, как это показано на рис.3.2.

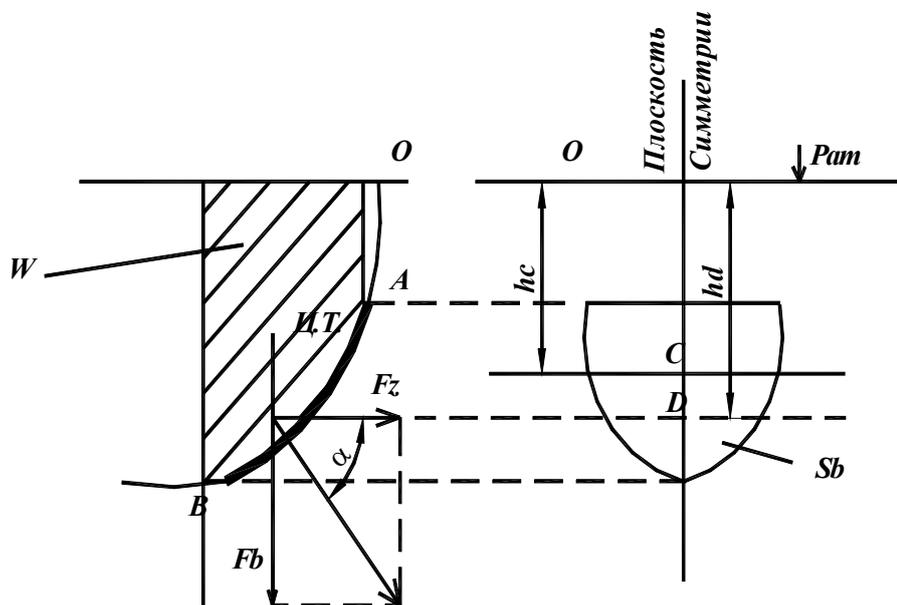


Рис 3.2. К определению равнодействующей силы давления на поверхность, симметричную вертикальной плоскости

Горизонтальная составляющая силы давления, воспринимаемой симметричной криволинейной стенкой, находится по формуле

$$F_{\Gamma} = \rho g h_c S_b, \quad (3.3)$$

где h_c - расстояние по вертикали от центра тяжести вертикальной проекции до поверхности пьезометрического напора; S_b - площадь вертикальной проекции криволинейной стенки.

Расстояние h_d от поверхности пьезометрического напора до линии действия силы F_{Γ} определяется по формуле

$$h_d = h_c + \frac{J_c}{h_c S_b}, \quad (3.4)$$

где J_c - момент инерции площади вертикальной проекции S_b относительно ее центра тяжести (точка С на рис.3.2).

Вертикальная составляющая $F_{\text{В}}$ силы давления, воспринимаемая криволинейной стенкой, равна весу жидкости в объёме тела давления и определяется по третьему уравнению системы уравнений (3.2):

$$F_{\text{В}} = \rho g W . \quad (3.5)$$

Сила $F_{\text{В}}$ проходит через центр тяжести объёма W тела давления. Равнодействующая сила давления находится как

$$F = \sqrt{F_{\text{Г}}^2 + F_{\text{В}}^2} , \quad (3.6)$$

а её направление из равенства

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{F_{\text{В}}}{F_{\text{Г}}} . \quad (3.7)$$

При двухстороннем воздействии жидкостей на стенку вначале определяются горизонтальные и вертикальные составляющие силы давления с каждой стороны стенки в предположении одностороннего воздействия жидкости. Затем суммируют найденные горизонтальные и вертикальные составляющие с учётом их направлений.

В ряде случаев задачу нахождения силы давления на криволинейную стенку удобнее решать по направлению произвольных осей.

Например, при расчете болтового соединения крышки люка, прикреплённой к наклонной стенке, как это показано на рис. 3.3, задачу удобно решать, используя ось N .

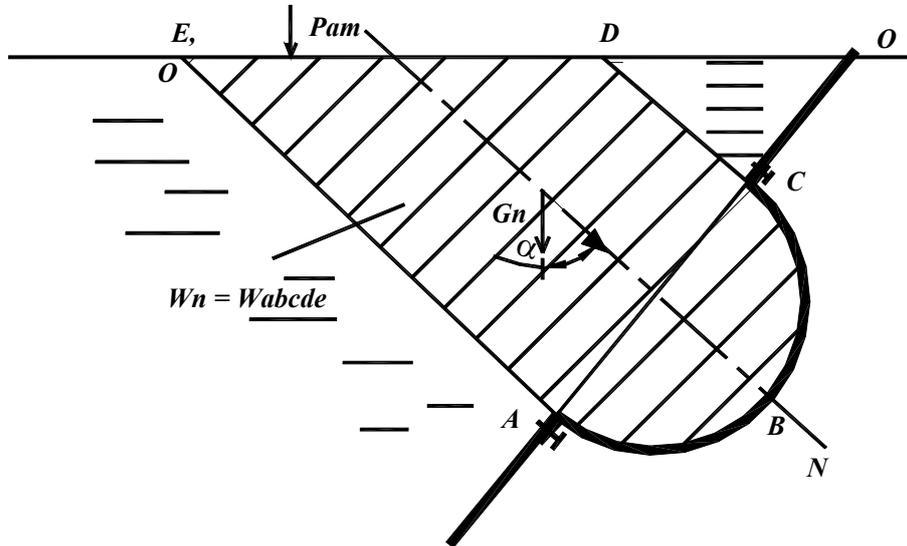


Рис. 3.3. К определению проекции силы давления на ось N произвольного направления

Сила давления жидкости на стенку по произвольному направлению N определяется (рис 3.3) по формуле

$$F_N = G_N \cos \alpha = \rho g W_N \cos \alpha, \quad (3.8)$$

где G_N – вес жидкости в объёме тела давления W_N , которое ограничивается стенкой, поверхностью пьезометрического напора и образующими, параллельными заданному направлению (объём W_{ABCDE}); α – угол между заданным направлением N и вертикалью.

В ряде случаев для нахождения составляющих силы давления жидкости на стенку рекомендуется разбить ее поверхность на отдельные участки, определить усилия на каждый участок стенки и далее просуммировать их. Например, для нахождения срезающих усилий на болтовые соединения полусферической крышки (рис.3.4), целесообразно разделить поверхность крышки ABC на участки AB и BC плоскостью OB, перпендикулярной плоскости действия срезающих усилий. На рис.3.4 направление этих усилий совпадает с направлением оси OM.

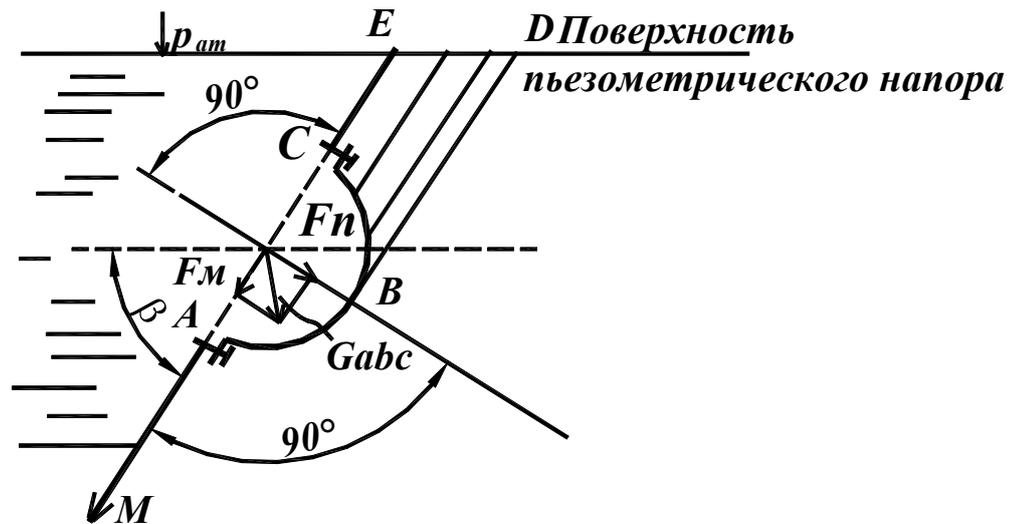


Рис. 3.4. К определению проекций силы давления на криволинейную поверхность

Для определения силы давления жидкости на участок OB криволинейной поверхности строим тело давления W_{CBDE} , при этом сила давления будет направлена в сторону поверхности пьезометрического напора.

На участке криволинейной поверхности AB можно построить тело давления W_{ABDE} , при этом сила давления направлена в сторону, противоположную поверхности пьезометрического напора.

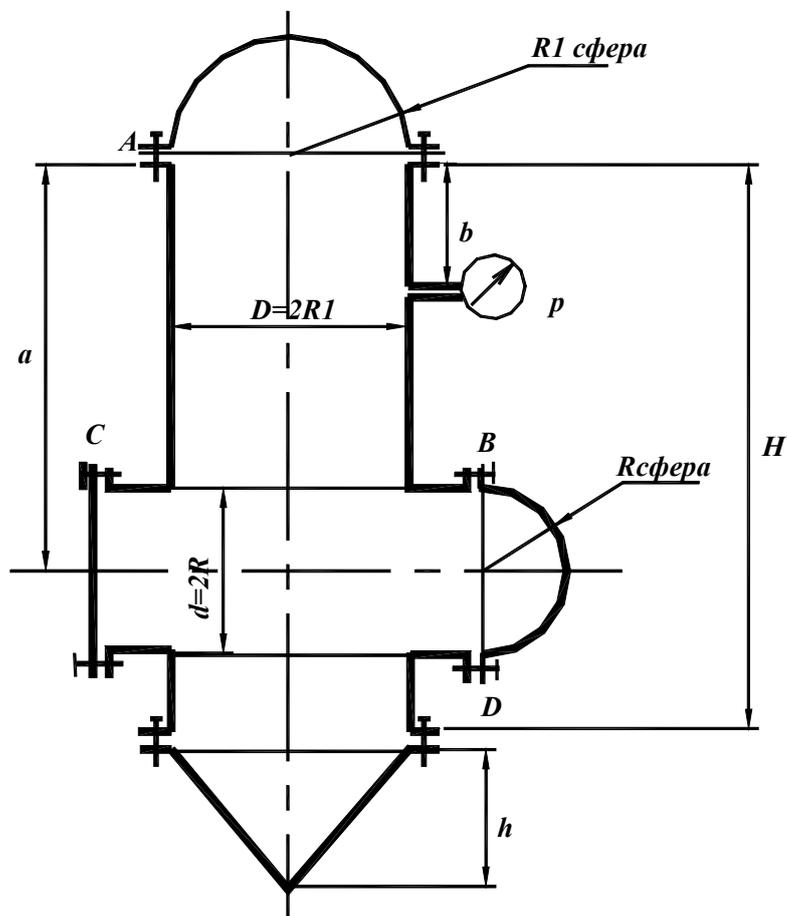
После вычитания объёмов $W_{ABCD} - W_{CBDE}$ получим объём тела давления в пределах криволинейной поверхности W_{ABC} .

Усилие вдоль оси M (рис 3.4), срезающие крепёжные болты, определяем по формуле

$$F_M = \rho g W_{ABC} \cdot \sin \beta, \quad (3.9)$$

где β – угол между горизонталью и направлением оси M .

4. ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ



Дано (рис.4.1)

$$\begin{aligned} H &= 5 \text{ м}; R = 0,5 \text{ м}; R_1 = 1 \text{ м} \\ h &= 1 \text{ м}; a = 3 \text{ м}; b = 1 \text{ м} \\ p &= p_{\text{изб}} = 0,5 \text{ кг/см}^2; \rho = 1000 \text{ кг/м}^3 \end{aligned}$$

Определить:

- 1) Силы, разрывающие группы болтов A , B , C , D .
- 2) Силы, действующие на сварные швы сферической и конической крышек. Крышки считать сваренными из симметричных половинок.
- 3) Координату центра давления на плоскую крышку.
- 4) Построить эпюру гидростатического давления по контуру сечения сосуда.

Решение

1. Определение положения поверхности пьезометрического напора

$$h_{\text{изб}} = \frac{p_{\text{изб}}}{\rho g} = \frac{0,5 \cdot 98100}{1000 \cdot 9,81} = 5 \text{ м.}$$

Для размера $b = 1$ м, поверхность пьезометрического напора располагается выше фланца верхней сферической стенки на 4 м.

2. Определение сил, растягивающих группу болтов **A**

$$\begin{aligned} F_A = \rho g W_A &= \rho g \left[\pi R_1^2 (h_{\text{изб}} - b) - 0,5 \cdot \frac{4}{3} \pi R_1^3 \right] = \\ &= 1000 \cdot 9,81 \left[\pi \cdot 1^2 (5 - 1) - 0,5 \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot 1^3 \right] = 102808,8 \text{ Н.} \end{aligned}$$

3. Определение сил, растягивающих группу болтов **D**

$$\begin{aligned} F_D = \rho g W_D &= \rho g \left[\pi R_1^2 (h_{\text{изб}} - b + H) + \frac{1}{3} h \cdot \pi R_1^2 \right] = \\ &= 1000 \cdot 9,81 \left[\pi \cdot 1^2 (5 - 1 + 5) + \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot \pi \cdot 1^2 \right] = 287644,2 \text{ Н.} \end{aligned}$$

4. Определение сил, действующих на группы болтов **B** и **C**

$$\begin{aligned} F_B = F_C = \rho g h_{c_{S_x}} S_x &= \rho g (h_{\text{изб}} - b + a) \pi R^2 = \\ &= 1000 \cdot 9,81 (5 - 1 + 3) \pi \cdot 0,5^2 = 53933,3 \text{ Н.} \end{aligned}$$

5. Определение силы, действующей на сварной шов верхней сферической крышки,

$$F_x = F_y = \rho g h_{c_{S_x}} S_x = \rho g (h_{\text{изб}} - b - h_c) 0,5 \cdot \pi R_1^2.$$

Величина h_c для полукруга согласно таблице в приложении

$$h_c = \frac{4}{3} \cdot \frac{R_1}{\pi}.$$

Подставляя $R_1=1$ м, получаем

$$h_c = \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{\pi} = 0,42 \text{ м и}$$

$$F_x = F_y = 1000 \cdot 9,81(5-1-0,42) \cdot 0,5\pi \cdot 1^2 = 55166 \text{ Н}.$$

6. Определение силы, действующей на сварной шов боковой сферической крышки

$$\begin{aligned} F_x = F_y &= \rho g h_{c_{S_x}} S_x = \rho g (h_{изб} - b + a) \cdot 0,5 \cdot \pi R^2 = \\ &= 1000 \cdot 9,81(5-1+3) \cdot \pi \cdot 0,5^2 = 53933,3 \text{ Н}. \end{aligned}$$

7. Определение силы, действующей на сварной шов нижней конической крышки

$$F_x = F_y = \rho g h_{c_{S_x}} S_x = \rho g (h_{изб} - b + H + h_c) \cdot \frac{1}{2} \cdot h \cdot 2R_1.$$

Величина h_c для треугольника (см. приложение)

$$h_c = h - \frac{2}{3}h = \frac{1}{3}h.$$

Так как $h=1$ м, то $h_c \approx 0,33$ м.

Тогда

$$F_x = F_y = 1000 \cdot 9,81 \left(5-1+5+\frac{1}{3} \right) \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 = 91560 \text{ Н}.$$

8. Определение положения вертикальной координаты центра давления плоской крышки

$$\begin{aligned} h_D = h_c + \frac{J_c}{h_c S} &= \left(h_{изб} - b + a \right) + \frac{\pi R^4}{4 \left(h_{изб} - b + a \right) \pi R^2} = \\ &= (5-1+3) \frac{\pi \cdot 0,5^4}{4(5-1+3)\pi \cdot 0,5^2} = 7 + \frac{0,25}{7} = 7,036 \text{ м}. \end{aligned}$$

9. Построение эпюры гидростатического давления по контуру сосуда

Вычисляем давления в характерных точках контура

$$p_1 = \rho g h_1 = 9,81 \cdot 1000 \cdot 3 = 29430 \text{ Па}$$

$$p_2 = \rho g h_2 = 9,81 \cdot 1000 \cdot 4 = 39240 \text{ Па}$$

$$p_3 = \rho g h_3 = 9,81 \cdot 1000 \cdot 6,5 = 63765 \text{ Па}$$

$$p_4 = \rho g h_4 = 9,81 \cdot 1000 \cdot 7 = 68670 \text{ Па}$$

$$p_5 = \rho g h_5 = 9,81 \cdot 1000 \cdot 7,5 = 73585 \text{ Па}$$

$$p_6 = \rho g h_6 = 9,81 \cdot 1000 \cdot 10 = 98100 \text{ Па}$$

Строим эпюру гидростатического давления, как это показано на рис.4.2.

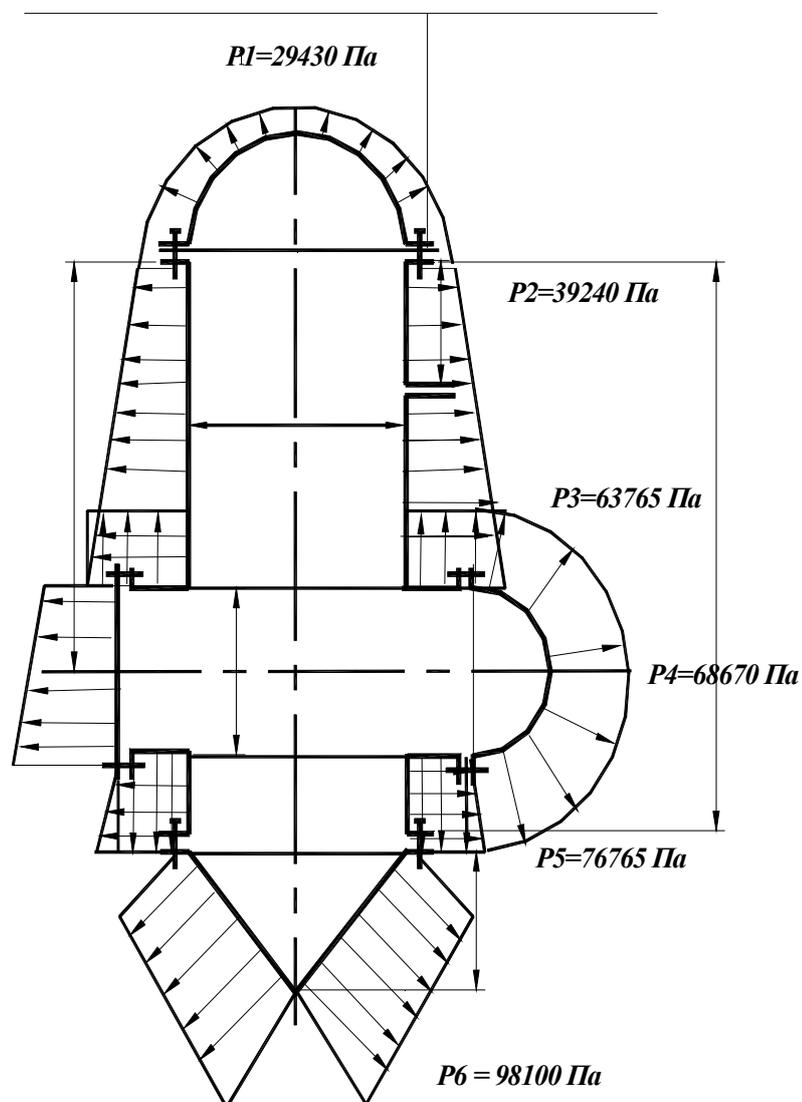


Рис.4.2. Эпюра гидростатического давления

ЗАДАЧА 2

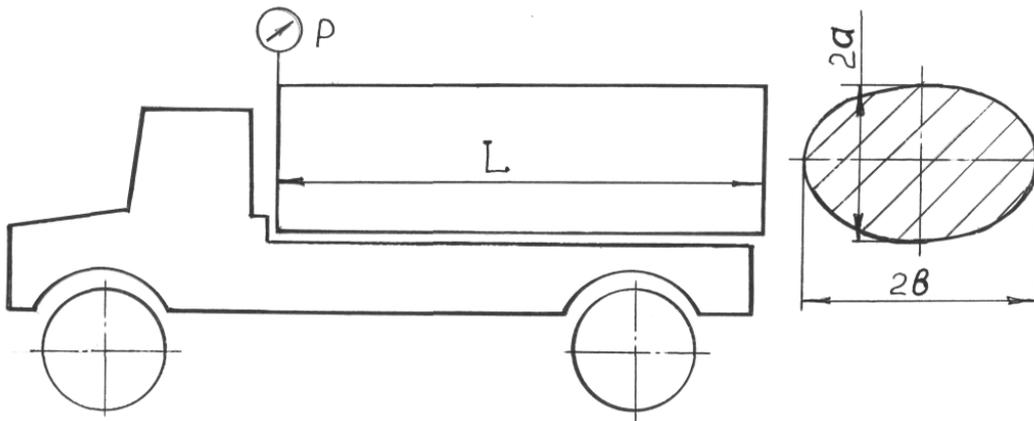


Рис. 4.3. К задаче 2

Бензовоз (рис.4.3) с баком длиной $L=8\text{ м}$ эллиптического сечения $2b \times 2a = 3 \cdot 1,5\text{ м}$, полностью заполненным бензином плотностью $\rho = 680\text{ кг/м}^3$, тормозит с замедлением $a = 9,81\text{ м/с}^2$. В передней части бака установлен манометр, показание p_m которого во время стоянки бензовоза было равно $0,2\text{ кг/см}^2$.

Определить:

1. Силы, действующие на плоские торцевые стенки цистерны при равномерном движении и при торможении.
2. Показание манометра p_{m1} , которое будет в процессе торможения.
3. Построить эпюры гидростатического давления по контуру цистерны для двух случаев:
 - а) равномерного движения;
 - б) движения с заданной интенсивностью торможения.

Решение

1. Определение положения поверхности пьезометрического напора

При торможении с замедлением направление результирующей \vec{j} единичных массовых сил определяется геометрическим суммированием векторов ускорения силы тяжести \vec{g} и инерционного ускорения \vec{a} . Как следует из рис.4.4, направление вектора \vec{j} составляет 45° с горизонталью. Предварительно найдем положение поверхности пьезометрического напора в случае, когда цистерна стоит или движется равномерно. Величина h' определяется по формуле (1.13):

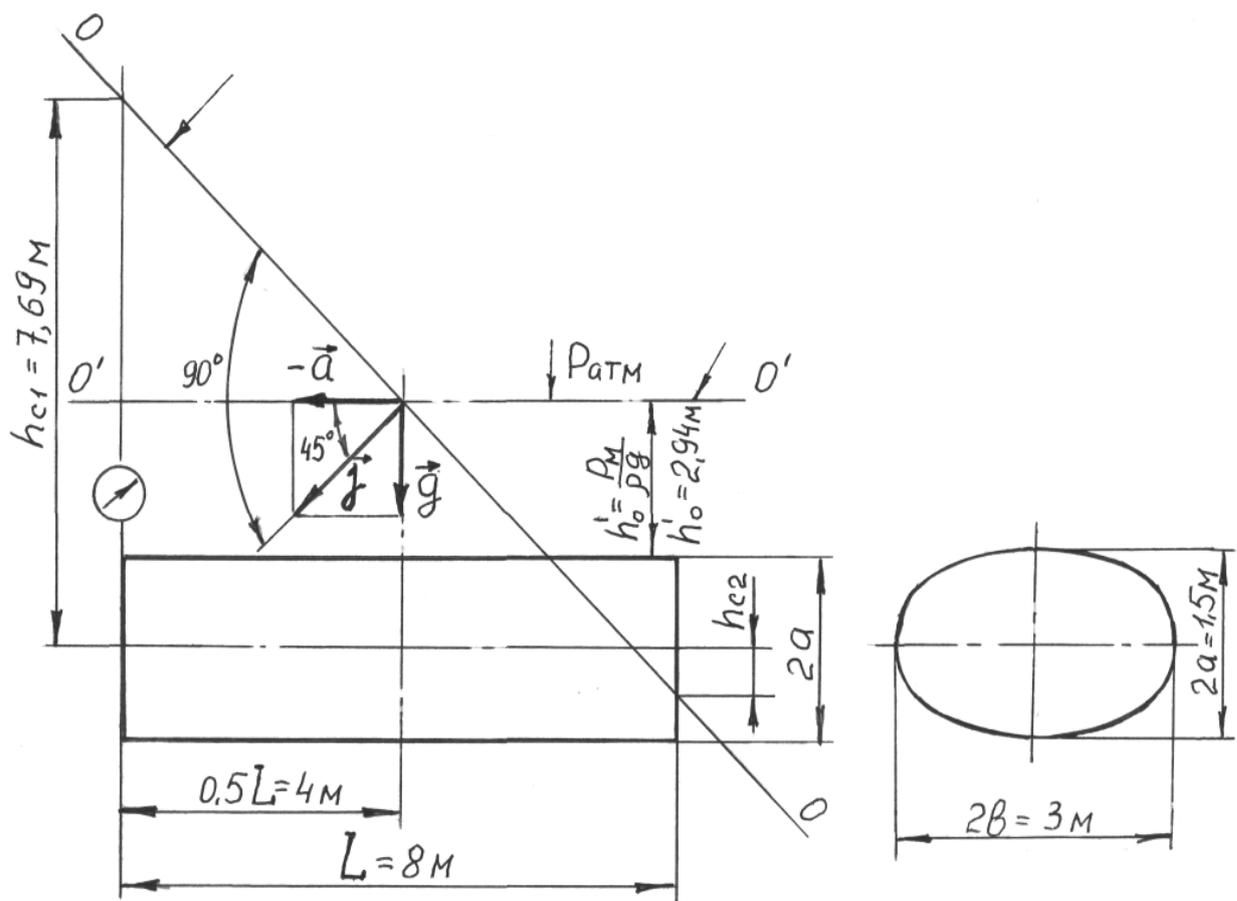


Рис.4.4. К определению положения поверхности пьезометрического напора при торможении цистерны

$$h' = h_{узб} = \frac{p_{узб}}{\rho g} = (0,2 \cdot 98100) / (680 \cdot 9,81) = 2,94 \text{ м.}$$

При торможении с замедлением поверхность пьезометрического напора (см.рис.4.4) разворачивается относительно точки О, соответствующей середине цистерны $L/2=4$ м, на угол α , определяемый по формуле (1.12):

$$\alpha = \arccos\left(\frac{g}{j}\right) = \arccos(9,81/13,87) = 45^\circ.$$

2. Определение вертикальных координат расположения центров тяжести торцевых поверхностей цистерны от поверхности пьезометрического напора.

а) в состоянии покоя или равномерного движения

$$h'_c = h'_0 + a = 2,49 + 0,75 = 3,69 \text{ м.}$$

б) в процессе торможения

Из рис.4.4 следует

$$h_{c1} = h'_0 + a + 0,5L = 2,94 + 0,75 + 4 = 7,69 \text{ м.}$$

$$h_{c2} = h_0' + a - 0,5L = 2,94 + 0,75 - 4 = -0,31 \text{ м.}$$

3. Определение силы давления на торцевые поверхности цистерны

Сила давления жидкости на плоские торцевые поверхности цистерны определяются по формуле 2.1.

а) в состоянии покоя или равномерного движения

$$F_1 = F_2 = \rho \cdot g \cdot h_c \cdot S = 680 \cdot 9,81 \cdot \pi \cdot 1,5 \cdot 0,75 = 86997,48 \text{ Н.}$$

Площадь S определяется по формуле 7 приложения

$$S = \pi \cdot a \cdot b$$

б) в процессе торможения

$$F_1 = \rho \cdot g \cdot h_{c1} \cdot S = 680 \cdot 9,81 \cdot 7,69 \cdot \pi \cdot 1,5 \cdot 0,75 = 181303,69 \text{ Н.}$$

$$F_2 = \rho \cdot g \cdot h_{c2} \cdot S = 680 \cdot 9,81 \cdot (-0,31) \cdot \pi \cdot 1,5 \cdot 0,75 = -23577,65 \text{ Н.}$$

Поскольку $F_2 < 0$ имеет место направленное внутрь цистерны давление со стороны атмосферы.

4. Определение показания манометра p_{m1} , которое будет наблюдаться в процессе торможения

$$p_{m1} = \rho \cdot g \cdot (h_{c1} - a) = 680 \cdot 9,81 \cdot (7,69 - 0,75) = 46295,35 \text{ Па} = 0,472 \text{ кг/см}^2.$$

5. Построение эпюр гидростатического давления по контуру цистерны.

а) в состоянии покоя или равномерного движения (рис.4.5)

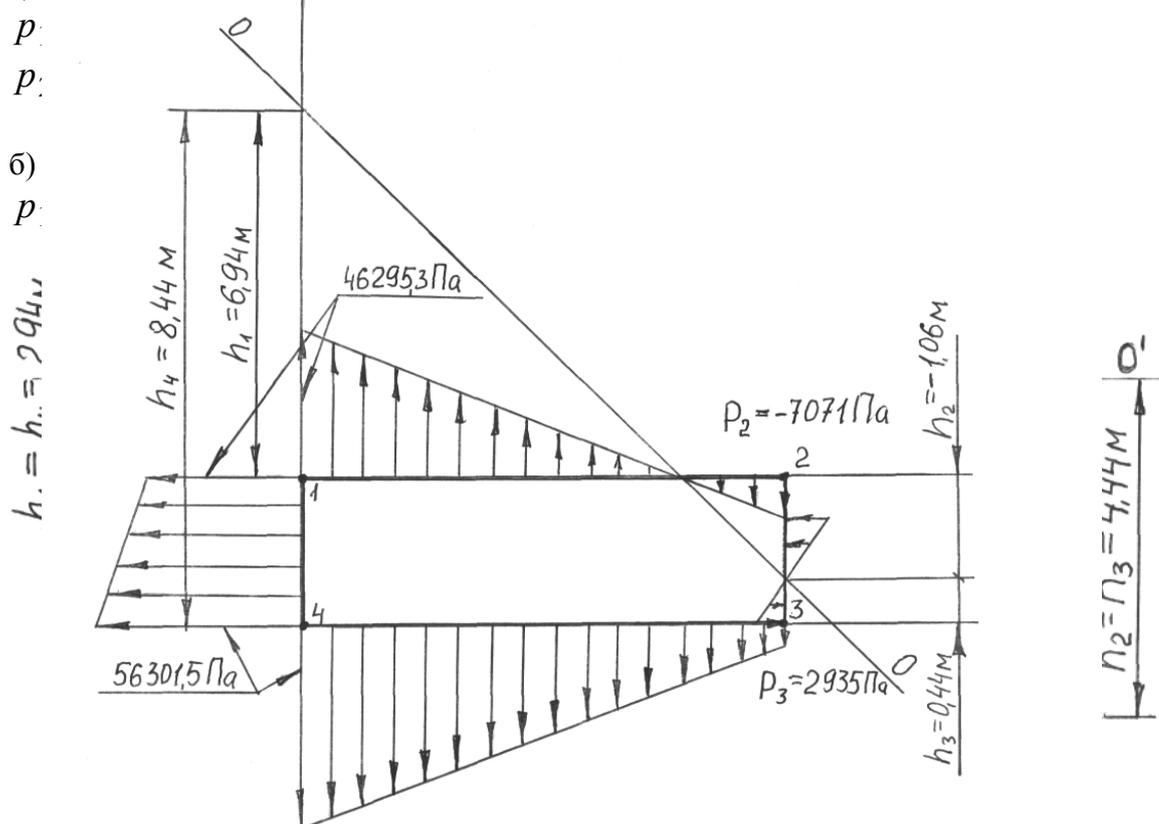


Рис.4.6. Построение эпюр гидростатического давления на стенки цистерны в процессе торможения транспортного средства

ЗАДАЧА 3

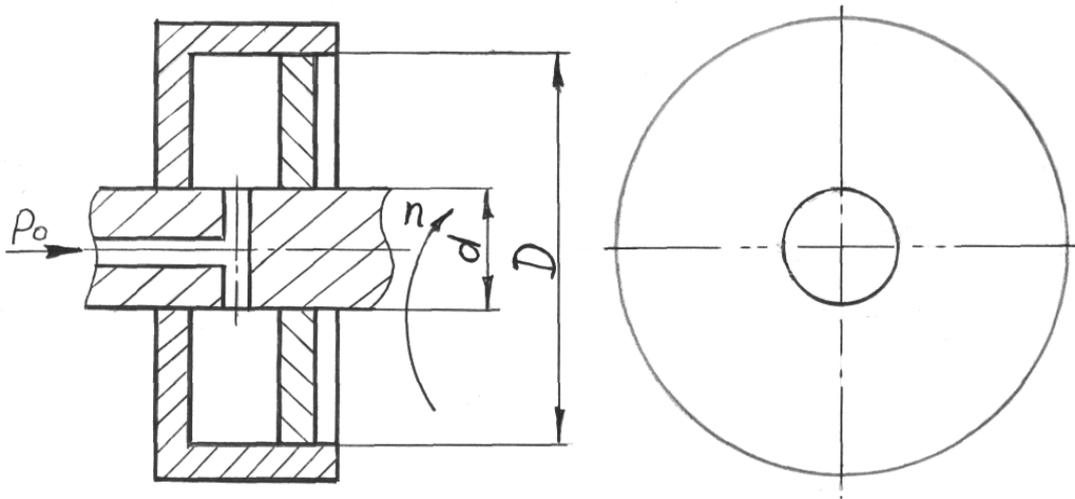


Рис.4.7. К задаче 3

Вращающийся кольцевой поршень с внешним диаметром $D=300$ мм с внутренним диаметром $d=100$ мм используется для замыкания многодисковой фрикционной муфты сцепления коробки передач трансмиссии транспортного средства (рис.4.7). Рабочее давление масла $p_0=10$ кг/см², плотность $\rho=870$ кг/см³. Максимальная частота вращения $n_{\max}=3000$ об/мин.

Определить:

- 1) Осевую силу, развиваемую поршнем при максимальной и минимальной частотах вращения.
- 2) Теоретическое (без учета трения) усилие отжимных пружин, необходимых для осевого перемещения поршня при выключении муфты сцепления (давление $p_0=0$).
- 3) Построить эпюры гидростатического давления для двух случаев:
 - а) муфта включена (давление p_0 имеется, частота вращения максимальная).
 - б) муфта выключена (давление $p_0=0$, частота вращения минимальна).

Решение

1. Определение осевой силы, развиваемой кольцевым поршнем муфты сцепления (рис.4.8)

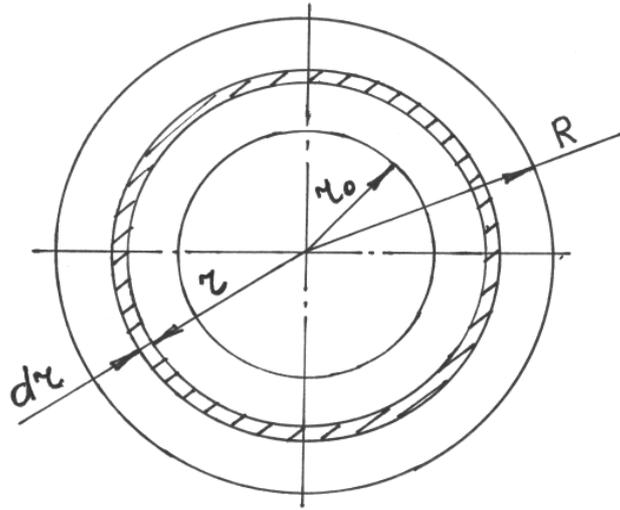


Рис.4.8. К определению суммарной осевой силы

Рассматриваемый случай относится к вращению сосуда с жидкостью вокруг горизонтальной оси, а величина давления определяется по формуле 1.10.

$$p = p_0 + \rho \left(\frac{\omega^2}{2} \right) \cdot (r^2 - r_0^2)$$

Для определения осевого усилия осуществим интегрирование функции давления по площади кольцевого поршня

$$F = \int_S \left(p_0 + \rho \cdot \left(\frac{\omega^2}{2} \right) \cdot (r^2 - r_0^2) \right) dS$$

Перейдем от интеграла по площади к определенному интегралу в пределах $r_0=(d/2)$ и $R=(D/2)$ кольцевого поршня. При этом величина $dS = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr$.

В этом случае будем иметь:

$$F = \int_{r_0}^R \left(p_0 + \rho \cdot \left(\frac{\omega^2}{2} \right) \cdot (r^2 - r_0^2) \right) \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr = 2 \cdot \pi \cdot p_0 \cdot \frac{r^2}{2} \Big|_{r_0}^R +$$

$$\rho \cdot \frac{\omega^2}{2} \cdot 2 \cdot \pi \cdot \frac{r^4}{4} \Big|_{r_0}^R - \rho \cdot \frac{\omega^2}{2} \cdot 2 \cdot \pi \cdot \frac{r^2}{2} \Big|_{r_0}^R = \pi \cdot p_0 \cdot (R^2 - r_0^2) +$$

$$\pi \cdot \rho \cdot \frac{\omega^2 \cdot (R^4 - r_0^4)}{4} - \pi \cdot \rho \cdot \frac{\omega^2 \cdot (R^2 - r_0^2)}{2}.$$

Из условий задачи:

$$p_0 = 10 \text{ кг/см}^2 = 981000 \text{ Па};$$

$$\omega_{\max} = \frac{\pi \cdot n_{\max}}{30} = \frac{\pi \cdot 3000}{30} = 316,16 \text{ (с}^{-1}\text{)};$$

$$\omega_{\min} = \frac{\pi \cdot n_{\min}}{30} = \frac{\pi \cdot 1000}{30} = 104,72 \text{ (с}^{-1}\text{)};$$

$$R = \frac{D}{2} = \frac{0,3}{2} = 0,15 \text{ м};$$

$$r_0 = \frac{d}{2} = \frac{0,1}{2} = 0,05 \text{ м}.$$

Подставляя числовые значения в расчетную формулу, имеем:

а) при максимальной частоте вращения поршня

$$F_{\max} = \pi \cdot 981000 \cdot (0,15^2 - 0,05^2) + (\pi \cdot 870 \cdot 316,16^2 \cdot (0,15^4 - 0,05^4)) / 4 - (\pi \cdot 870 \cdot 316,16^2 \cdot (0,15^4 - 0,05^4) \cdot (0,05^2)) / 2 = 61638 + 34150 - 6830 = 88958 \text{ Н}.$$

б) при минимальной частоте вращения поршня

$$F_{\max} = \pi \cdot 981000 \cdot (0,15^2 - 0,05^2) + (\pi \cdot 870 \cdot 104,72^2 \cdot (0,15^4 - 0,05^4)) / 4 - (\pi \cdot 870 \cdot 104,72^2 \cdot (0,15^4 - 0,05^4) \cdot (0,05^2)) / 2 = 61638 + 3746,6 - 749,3 = 64635,3 \text{ Н}.$$

2. Определение необходимого теоретического усилия отжимных пружин для осевого перемещения поршня при выключении муфты сцепления

а) при максимальной частоте вращения

$$F'_{\max} = \pi \cdot \rho \cdot \frac{\omega^2 \cdot (R^4 - r_0^4)}{4} - \pi \cdot \rho \cdot \frac{\omega^2 \cdot (R^2 - r_0^2)}{2} =$$

$$= (\pi \cdot 870 \cdot 316,16^2 \cdot (0,15^4 - 0,05^4)) / 4 - (\pi \cdot 870 \cdot 316,16^2 \cdot (0,15^4 - 0,05^4) \cdot (0,05^2)) / 2 =$$

$$= 34150 - 6830 = 27320 \text{ Н}.$$

б) при минимальной частоте вращения

$$F'_{\min} = \pi \cdot \rho \cdot \frac{\omega^2 \cdot (R^4 - r_0^4)}{4} - \pi \cdot \rho \cdot \frac{\omega^2 \cdot (R^2 - r_0^2)}{2} =$$

$$= (\pi \cdot 870 \cdot 104,72^2 \cdot (0,15^4 - 0,05^4)) / 4 - (\pi \cdot 870 \cdot 104,72^2 \cdot (0,15^4 - 0,05^4) \cdot (0,05^2)) / 2 =$$

$$= 3746,6 - 749,3 = 2997,3 \text{ Н}.$$

3. Построение эпюр гидростатического давления

а) включенная муфта, максимальная частота вращения

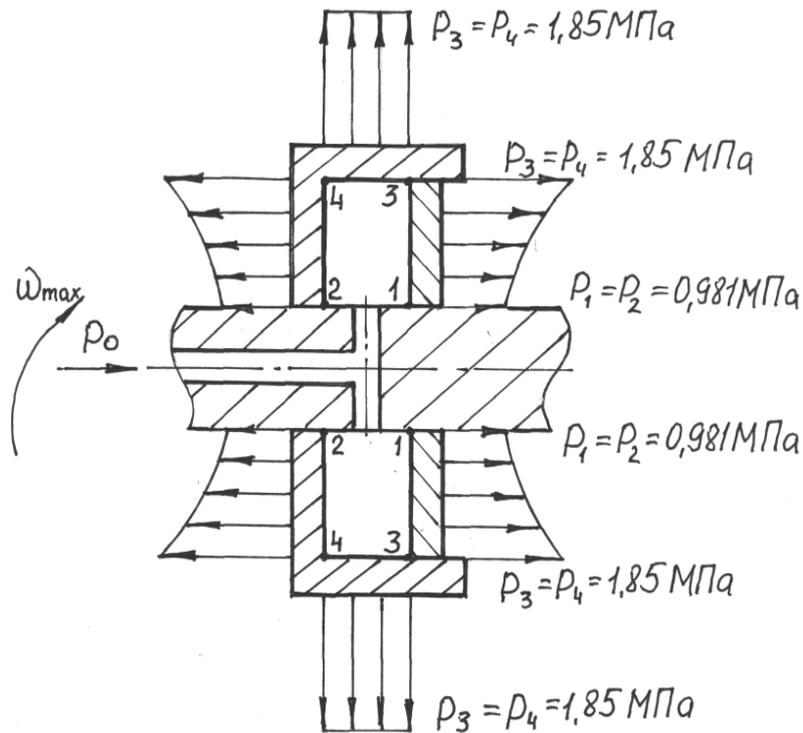


Рис.4.9. Эпюры давления (муфта выключена, максимальная частота вращения)

Распределение давления по радиусу имеет вид

$$p = p_0 + \rho \cdot \frac{\omega^2}{2} \cdot (r^2 - r_0^2).$$

В точках 1 и 2 (рис.4.9) имеем:

$$r=r_0 \text{ и } p_1=p_2=p_0=0,981 \text{ МПа.}$$

В точках 3 и 4 имеем:

$$r=R=0,15 \text{ м; } r_0=0,05 \text{ м}$$

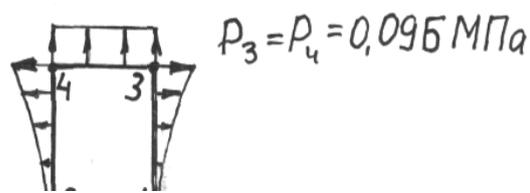
и

$$p_3=p_4=p_0=870 \cdot (316,16^2/2) \cdot (0,15^2-0,05^2)=1,85 \text{ МПа.}$$

Эпюры давления для рассматриваемого случая показаны на рис.4.9.

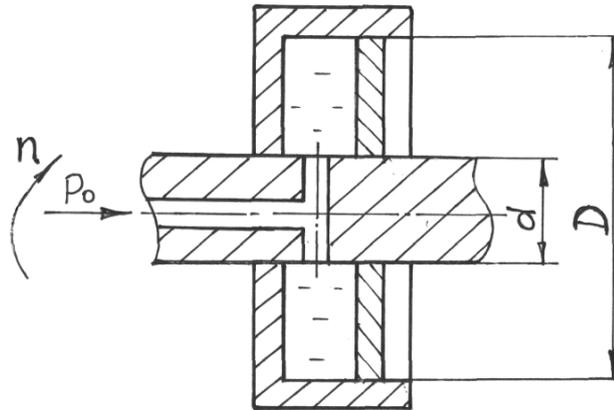
б) включенная муфта, минимальная частота вращения (рис.4.10). В этом случае $p_0=0$; $\omega_{\min}=104,72 \text{ (с}^{-1}\text{)}$.

В точках 1 и 2 $p=0$. В точках 3 и 4 $p = (70 \cdot 140,72^2/2) \cdot (0,15^2-0,05^2)=95406,6 \text{ Па}=0,095 \text{ МПа}$.



Эпюры давления для случая выключенной муфты при минимальной частоте вращения построены на рис.4.10.

ЗАДАНИЕ 5.11.



Вращающийся с частотой n кольцевой поршень с размерами D и d используется для замыкания масляной многодисковой фрикционной муфты сцепления трансмиссии транспортного средства. Рабочее давление гидравлической системы p_0 , плотность жидкости ρ , максимальная и минимальная частоты вращения n_{\max} и n_{\min} .

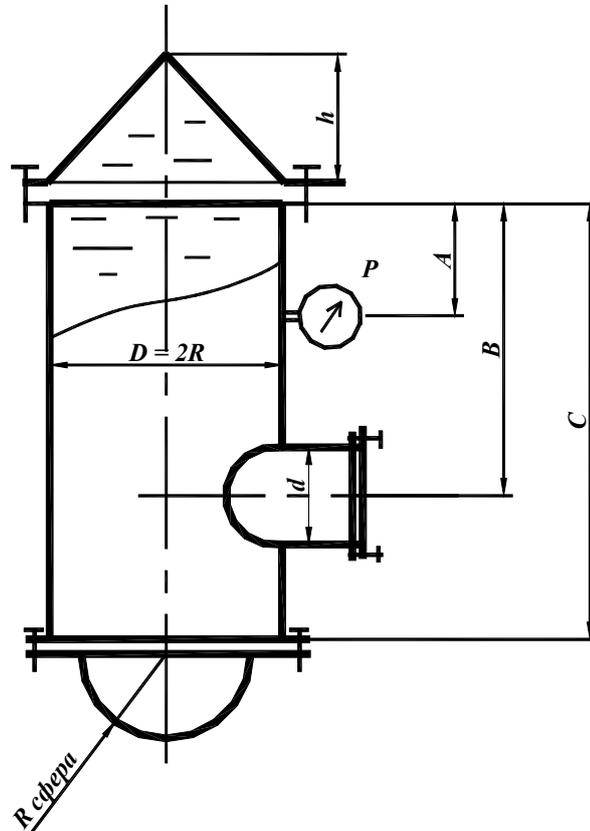
Определить:

1. Осевую силу поршня при включении муфты на максимальной и минимальной частотах вращения.
2. Теоретическое (без учета трения) усилие отжимных пружин для осевого перемещения поршня при выключении муфты сцепления.
3. Построить эпюры гидростатического давления по контуру кольцевого цилиндра и поршня для двух случаев:
 - а) муфта включена, частота вращения максимальна;
 - б) муфта выключена, частота вращения минимальная.

Вариант	D , мм	d , мм	n_{\max} , (мин ⁻¹)	n_{\min} (мин ⁻¹)	p_0 , кг/см ²	ρ , кг/м ³
5.11.1	400	150	2000	900	9	870
5.11.2	250	120	2500	1000	8	840
5.11.3	320	100	2100	800	6	875
5.11.4	300	120	2000	850	7	890
5.11.5	250	90	2700	1000	8	870
5.11.6	350	150	2200	950	10	840

5. ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

ЗАДАНИЕ 5.1



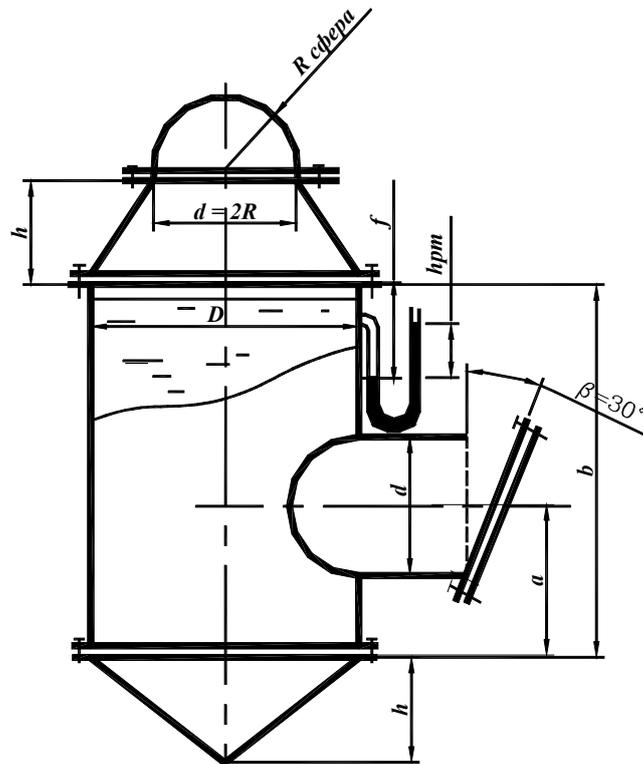
Цилиндрический сосуд диаметра заполнен жидкостью с плотностью ρ . Сосуд имеет коническую крышку высотой h , сферическое дно с радиусом $R = 0,5 D$ и плоскую вертикальную крышку диаметра d , ось которой находится на расстоянии B от верха сосуда. Давление в сосуде измеряется мановакууметром, установленным как это показано на рисунке.

ОПРЕДЕЛИТЬ:

- 1) Усилия разрыва болтовых соединений, которые крепят коническую, сферическую и плоскую крышки.
- 2) Построить эпюры гидростатического давления по всему контуру сосуда включая крышки.
- 3) Определить силы, действующие на сварные швы конической и сферической крышек, считая их сваренными из симметричных половинок.
- 4) Определить положение центра давления плоской крышки относительно поверхности пьезометрического напора.

Вариант	$A, \text{ м}$	$B, \text{ м}$	$C, \text{ м}$	$h, \text{ м}$	$R, \text{ м}$	$d, \text{ м}$	$p, \text{ кг/см}^2$	$\rho, \text{ кг/м}^3$	Жидкость
5.1.1	0,4	1,0	2,5	0,5	0,6	0,8	$p_M=1$	1000	Вода
5.1.2	0,5	1,2	2,6	0,6	0,6	0,8	$p_M=0,2$	840	Масло АУ
5.1.3	0,7	1,3	2,7	0,7	0,9	0,9	$p_B=0,1$	680	Бензин
5.1.4	1,0	1,5	2,8	0,8	0,7	0,9	$p_B=0,15$	960	Нефть
5.1.5	0,9	1,4	2,9	0,9	0,5	0,3	$p_M=0,1$	800	Спирт
5.1.6	0,6	1,1	3,0	1,0	0,5	0,3	$p_M=0,5$	1250	Глицерин

ЗАДАНИЕ 5.2



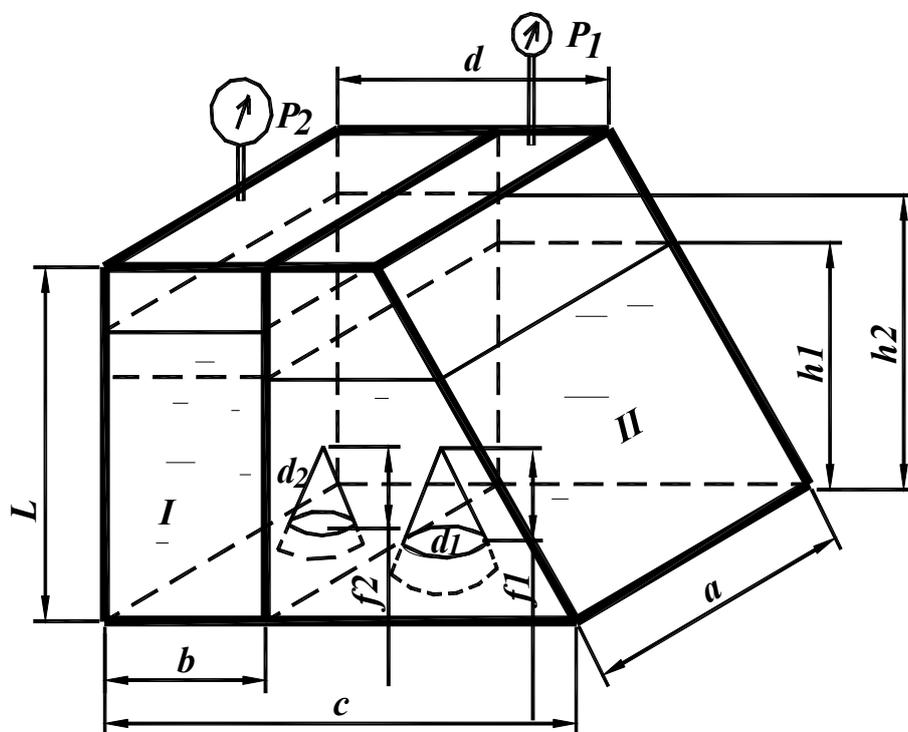
Цилиндрический сосуд диаметром D и высотой b имеет коническое дно высотой h , крышку в виде усечённого конуса высотой h , сферическую крышку радиуса R . На расстоянии a от дна сосуда приварен цилиндрический отросток диаметром d , на котором под углом $\beta = 30^\circ$ прикреплен плоский эллиптический люк. На расстоянии f от верха основного корпуса присоединён манометр. Сосуд полностью заполнен жидкостью

ОПРЕДЕЛИТЬ:

- 1) Усилия разрыва болтовых соединений, крепящих: коническое дно, крышку в виде усечённого конуса и сферы, наклонный люк.
- 2) Построить эпюры гидростатического давления по контуру сосуда, включая крышки.
- 3) Определить силы, действующие на сварные швы крышек. Крышки считать сваренными из двух симметричных половинок.
- 4) Определить для плоской наклонной крышки положение центра давления относительно поверхности пьезометрического напора.

Вариант	a , м	b , м	h , м	R , м	D , м	d , м	p , кг/см ²	f , м	ρ , кг/м ³	Жидкость
5.2.1	1,0	2	0,5	0,3	1	0,5	0,1	0,2	1000	Вода
5.2.2	1,1	2,5	0,5	0,4	1,2	0,6	0,15	0,2	840	Масло АУ
5.2.3	1,2	3	0,6	0,5	1,4	0,7	0,2	0,3	680	Бензин
5.2.4	1,3	3,5	0,6	0,6	1,6	0,8	0,25	0,3	960	Нефть
5.2.5	1,4	4	0,8	0,6	1,8	0,9	0,35	0,4	800	Спирт
5.2.6	1,5	4,5	0,8	0,6	2,0	1,0	0,4	0,4	1250	Глицерин

ЗАДАНИЕ 5.3



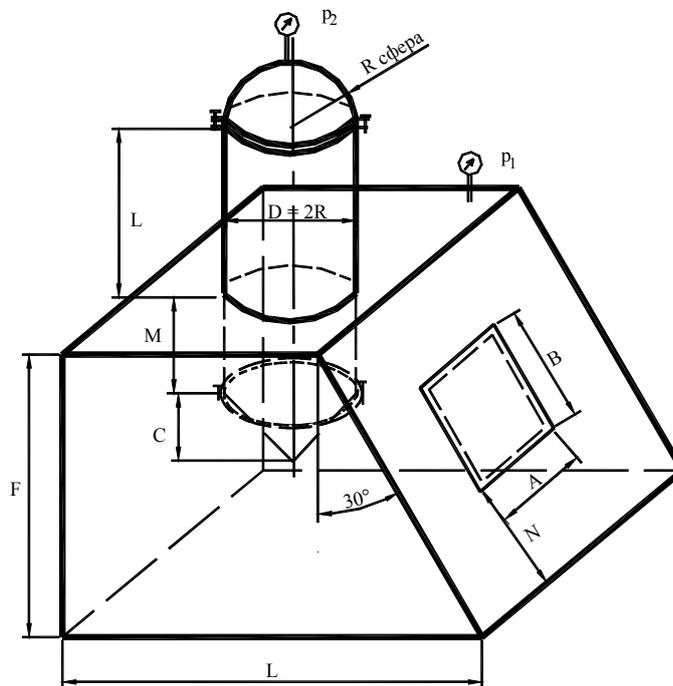
Бак с размерами a, c, l, d имеет герметичную вертикальную перегородку на расстоянии b от вертикальной стенки. Отсеки бака заполнены жидкостями с плотностью ρ_1 и ρ_2 на высоту h_1 и h_2 соответственно. Давления p_1 и p_2 , в верхней части отсеков измеряется мановаккуметрами. В дне каждого отсека имеются конические заглушки диаметрами d_1 и d_2 и высотой f_1 и f_2 соответственно.

ОПРЕДЕЛИТЬ:

- 1) Результирующее усилие, действующее на перегородку, вертикальную стенку I и наклонную стенку II.
- 2) Вертикальные усилия, действующие на конические пробки.
- 3) Построить эпюры гидростатического давления по контуру бака, включая коническим заглушки.

Вариант	$a, \text{ м}$	$b, \text{ м}$	$c, \text{ м}$	$d, \text{ м}$	$l, \text{ м}$	$h_1, \text{ м}$	$h_2, \text{ м}$	$\rho_1, \text{ кг/м}^3$	$\rho_2, \text{ кг/м}^3$	$d_1, \text{ м}$	$f_1, \text{ м}$	$d_2, \text{ м}$	$f_2, \text{ м}$	$p_1, \text{ кг/см}^2$	$p_2, \text{ кг/см}^2$
5.3.1	1,5	0,8	3,0	1,2	3,0	2,8	2,5	1000	840	0,4	0,6	0,3	0,3	$p_M=0,2$	$p_B=0,10$
5.3.2	2	0,9	3,0	1,3	3,0	2,7	2,5	1000	960	0,5	0,5	0,4	0,4	$p_M=0,3$	$p_B=0,1$
5.3.3	2	1,0	3,0	1,4	3,0	2,5	2,2	680	1000	0,6	0,8	0,5	0,5	$p_M=0,4$	$p_B=0,1$
5.3.4	2,5	1,1	3,0	1,5	3,0	2,5	2,0	800	1000	0,4	0,5	0,6	0,6	$p_B=0,1$	$p_M=0,2$
5.3.5	3	1,2	3,0	1,6	3,0	2,5	2,5	1000	1250	0,4	0,5	0,7	0,7	$p_B=0,2$	$p_M=0,3$
5.3.6	3	1,3	3,0	1,7	3,0	2,5	2,8	1250	840	0,4	0,6	0,8	0,8	$p_B=0,3$	$p_B=0,1$

ЗАДАНИЕ 5.4



Сосуд с плоскими стенками высотой F и квадратным основанием со стороной E имеет одну наклонную стенку под углом 30° к вертикали. В наклонной стенке на расстоянии N закреплена плоская крышка люка размера-

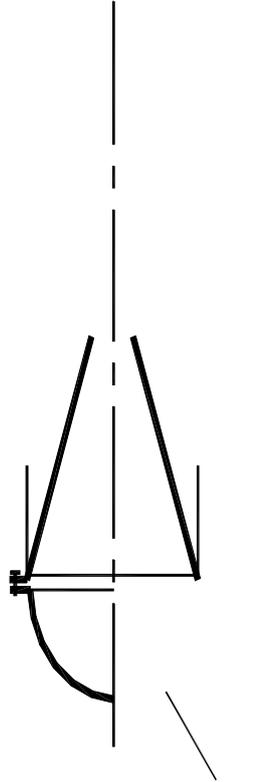
ми A и B . На крышке сосуда установлен пружинный мановакуумметр, измеряющий давление p_1 . Сосуд заполнен жидкостью с плотностью ρ_1 . В крышку сосуда вварена цилиндрическая обечайка диаметром $D = 2R$ с двумя крышками: верхней сферической радиусом R и нижней конической с высотой C . Цилиндрическая ёмкость заполнена жидкостью с плотностью ρ_2 . В верхней точке сферической крышки установлен пружинный мановакуумметр с показаниями p_2 . Высота цилиндрической части, выступающей в атмосферу L , погруженной в первый сосуд – M .

ОПРЕДЕЛИТЬ:

- 1) Силы, действующие на болты плоской, сферической и конической крышек.
- 2) Построить эпюру гидростатического давления по внешнему контуру баков. Построить отдельно эпюру давлений на смоченную часть цилиндрической ёмкости.
- 3) Координату центра давления на плоскую крышку.

Вариант	ρ_1 кг/м ³	ρ_2 кг/м ³	p_1 кг/см ²	p_2 кг/см ²	A , м	B , м	N , м	F , м	E , м	M , м	C , м	L , м	R , м
3.4.1	1000	840	$p_M=0,2$	$p_M=0,4$	1	1,5	0,5	4,5	6	1,5	0,5	1	0,3
3.4.2	1000	960	$p_B=0,1$	$p_M=0,3$	1,1	1,6	0,6	4,6	6,2	1,6	0,6	1,1	0,3
3.4.3	1000	680	$p_M=0,3$	$p_B=0,1$	1	1,4	0,3	4,7	6,2	1,7	0,7	1,2	0,3
3.4.4	960	1000	$p_B=0,1$	$p_M=0,4$	1	1,5	0,5	4,8	6,4	1,8	0,8	1,3	0,4
3.4.5	840	1000	$p_M=0,5$	$p_M=0,1$	1	1,6	0,9	4,9	6,4	1,9	0,9	1,4	0,4
3.4.6	680	1000	$p_B=0,2$	$p_M=0,2$	1,2	1,2	0,7	5,0	6,5	2	1,0	1,5	0,4

ЗАДАНИЕ 5.5



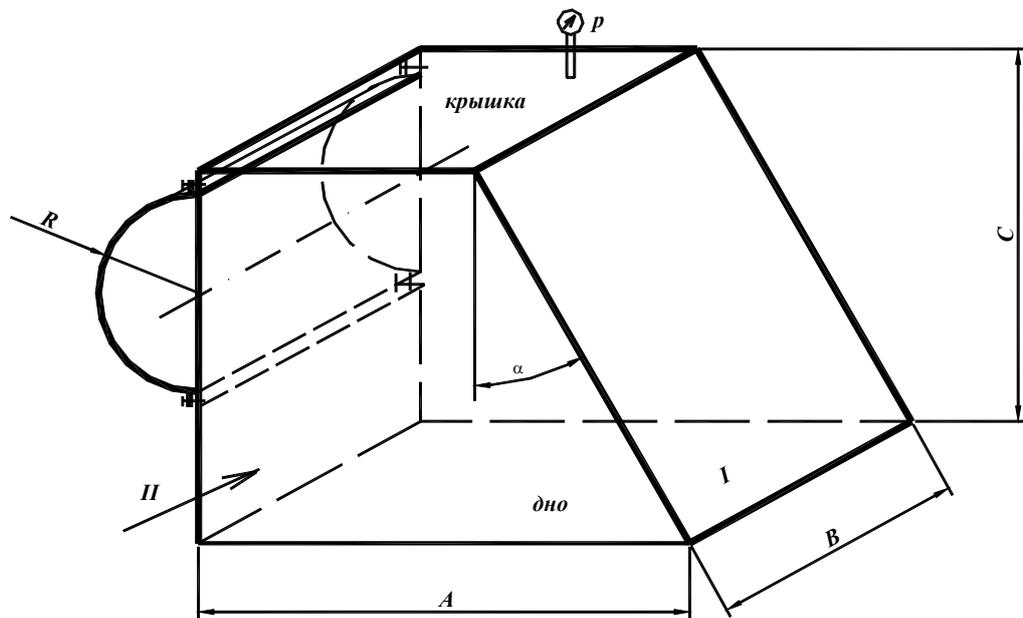
Две соединенные между собой конические обечайки массой 900 кг каждая имеют верхнюю плоскую крышку массой 100 кг и нижнюю сферическую массой 300 кг. Полученная емкость заполнена жидкостью плотностью ρ . Вся система подвешена на тросе за приваренные к верхней крышке петли.

ОПРЕДЕЛИТЬ:

- 1) Усилия, разрывающие болты плоской крышки, обечаек и сферической крышки.
- 2) Построить эпюру давления по контуру емкости.
- 3) Определить давление p при условии, что усилие в болтах верхней крышки равно нулю.

Вариант	$D=2l$, м	d , м	ρ , кг/м ³	p , кг/см ²	M , м	n , м	Жидкость
5.5.1	2	1	1000	$p_m = 0,1$	1	1,1	Вода
5.5.2	2,1	1,05	960	$p_m = 0,2$	1	1,1	Нефть
5.5.3	2,2	1,1	840	$p_m = 0,3$	1	1,1	Масло АУ
5.5.4	2,3	1,15	680	$p_m = 0,4$	1,1	1	Бензин
5.5.5	2,4	1,2	1250	$p_m = 0,5$	1,1	1	Глицерин
5.5.6	2,5	1,25	800	$p_m = 0,6$	1,1	1	Спирт

ЗАДАНИЕ 5.6



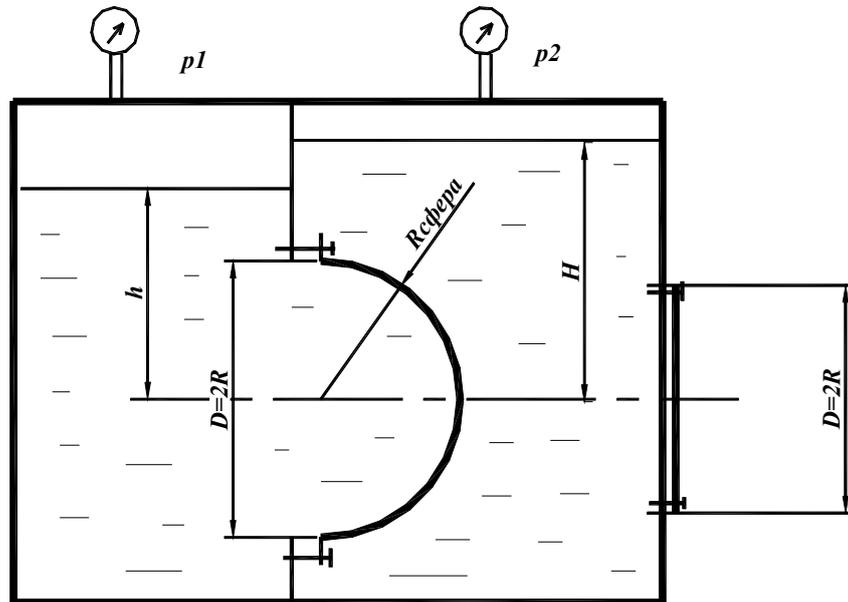
Сосуд с размерами A, B, C и углом α наклона одной из стенок имеет присоединённую болтами цилиндрическую обечайку радиусом R и длиной B . Плотность жидкости, заполняющей сосуд, ρ , давление, измеряемое пружинным мановакуумметром, установленным в крышке, p

ОПРЕДЕЛИТЬ:

- 1) Растягивающие и срезающие усилия болтов обечайки.
- 2) Силы давления на крышку, дно, наклонную стенку и боковые трапециевидальные стенки.
- 3) Построить эпюру давления по контуру вертикального сечения бака, включая обечайку.

Вариант	$a, \text{ м}$	$b, \text{ м}$	$c, \text{ м}$	$R, \text{ м}$	$\rho, \text{ кг/м}^3$	$p, \text{ кг/см}^2$	Жидкость	α°
5.6.1	5	4	3		1000	$p_M = 0,2$	Вода	30
5.6.2.	5,1	4,1	3,1	1,1	960	$p_M = 0,3$	Нефть	30
5.6.3	5,2	4,2	3,2	1,2	840	$p_B = 0,1$	Масло АУ	30
5.6.4	5,3	4,3	3,3	1,3	680	$p_B = 0,2$	Бензин	45
5.6.5	5,4	4,4	3,4	1,4	900	$p_M = 0,5$	Масло минер.	45
5.6.6	5,5	4,5	3,5	1,5	800	$p_M = 0,2$	Спирт	45

ЗАДАНИЕ 5.7



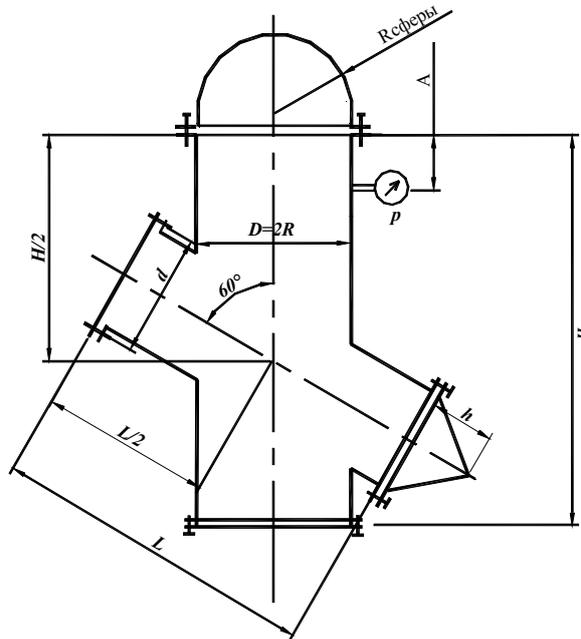
Герметичный сосуд разделён перегородкой со сферической крышкой $D = 2R$, ось которого расположена на глубине h от уровня жидкости в левой полости бака и на уровне H от уровня жидкости в правой полости бака. В правой полости бака на одной оси со сферической крышкой установлена круглая плоская крышка диаметром $D = 2R$. Давления p_1 и p_2 над уровнями жидкостей измеряются мановакуумметрами, плотности жидкостей ρ_1 и ρ_2 .

ОПРЕДЕЛИТЬ

- 1) Силы растяжения и срезающие силы на болтах сферической крышки.
- 2) Сила растяжения на болтах плоской крышки.
- 3) Величину давления p_2 при условии, что растягивающие усилия болтов сферической крышки равны усилиям растяжения плоской крышки.
- 4) Построить эпюру давления по контуру бака, включая внутреннюю перегородку и обе крышки.

Вариант	$\rho_1, \text{кг/м}^3$	$\rho_2, \text{кг/м}^3$	$p_1, \text{кг/см}^2$	$p_2, \text{кг/см}^2$	$h, \text{м}$	$H, \text{м}$	$D=2R, \text{м}$
5.7.1	1000	840	$p_M=0,2$	$p_M=0,1$	2	2,5	0,8
5.7.2	1000	680	$p_M=0,3$	$p_M=0,2$	2,5	3	0,6
5.7.3	1000	900	$p_B=0,15$	$p_B=0,1$	3	3,2	1,0
5.7.4	840	1000	$p_B=0,2$	$p_M=0,1$	2,7	3	1,2
5.7.5	900	1000	$p_M=0,5$	$p_B=0,1$	2,8	3,1	0,9
5.7.6	680	1000	$p_M=0,1$	$p_B=0,4$	2,9	3,2	0,7

ЗАДАНИЕ 5.8



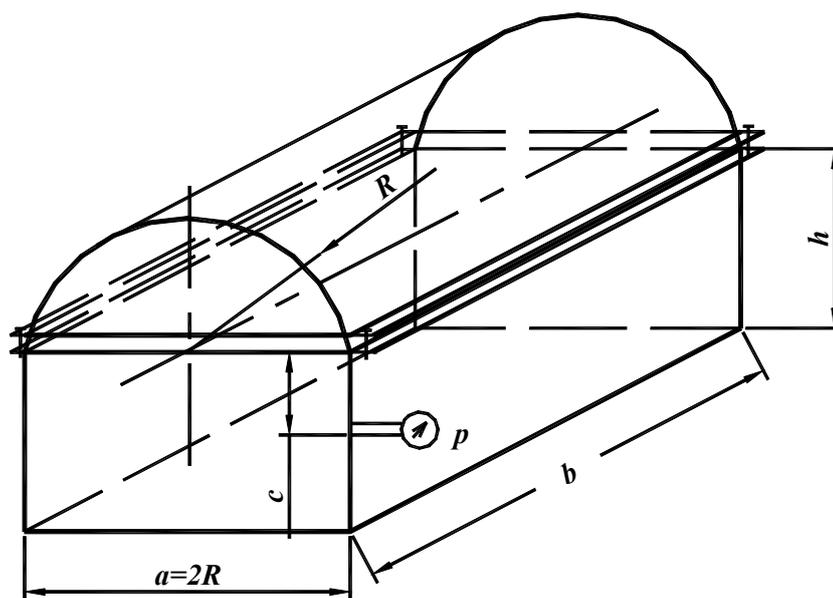
Цилиндрический сосуд диаметр $D=2R$ и высотой H имеет сферическую крышку и плоское дно, прикреплённые болтами. На расстоянии $H/2$ от фланца верхней проходит ось приваренного цилиндрического патрубка диаметром d , длиной L с плоской и конической крышками. Эти крышки также прикреплены болтами. На стенке цилиндрического сосуда установлен, как это показано на рисунке, мановакуумметр, измеряющий давление p . Плотность жидкости в сосуде ρ .

ОПРЕДЕЛИТЬ.

- 1) Растягивающие усилия в болтах всех крышек, а также величину срезающих усилий в конической крышке наклонного цилиндрического патрубка.
- 2) Построить эпюру давления по всему контуру вертикального сечения сосуда, включая все крышки.
- 3) Определить центр давления на плоскую наклонную крышку.

Вариант	H , м	D , м	d , м	L , м	a , м	p , кг/см ²	h , м	ρ , кг/м ³	жидкость
5.8.1	5	2	1,5	4,5	1	$p_B=0,2$	1	1000	Вода
5.8.2	5,2	2	1,5	4,6	1,2	$p_M=0,2$	1	960	Нефть
5.8.3	5,4	2	1,5	4,7	1,4	$p_M=0,4$	1	840	Масло АУ
5.8.4	5,6	2,2	1,6	4,8	1,6	$p_B=0,5$	1,1	680	Бензин
5.8.5	5,8	2,2	1,6	4,9	1,8	$p_M=0,15$	1,1	900	Мин.масло
5.8.6	6,0	2,2	1,6	5	2	$p_M=0,1$	1,1	800	Спирт

ЗАДАНИЕ 5.9



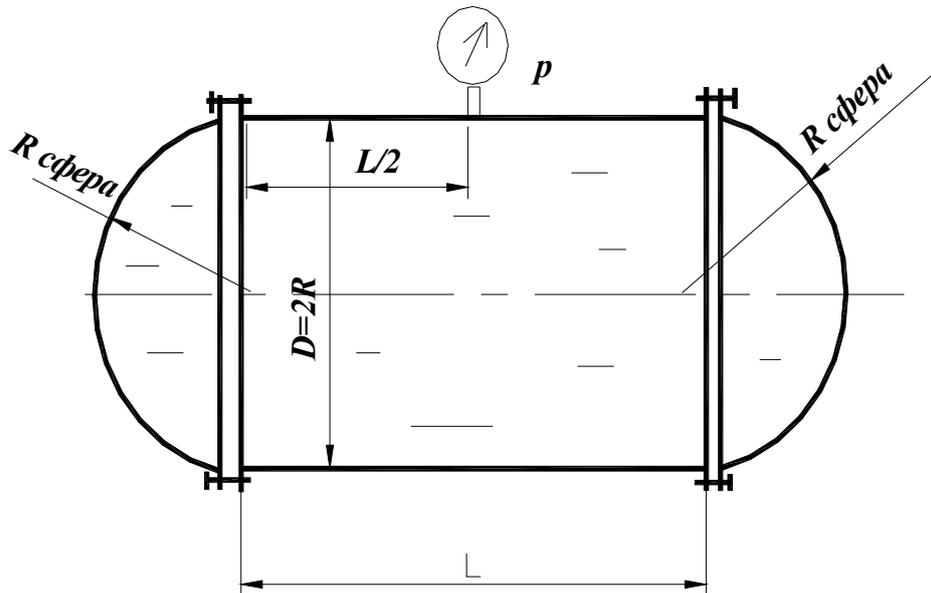
Прямоугольный сосуд размерами $axb \times h$ имеет прикрепленную болтами крышку в виде полуцилиндра. На расстоянии c от фланца установлен мановакуумметр, имеющий показание p . Сосуд заполнен жидкостью плотностью ρ .

ОПРЕДЕЛИТЬ:

- 1) Усилие в болтах фланцевого соединения.
- 2) Усилия, действующие на дно и стенки сосуда, а также усилия на торцевые поверхности крышки.
- 3) Построить эпюры гидростатического давления по поперечному вертикальному контуру сосуда.
- 4) Определить координаты центра давления на все вертикальные стенки сосуда и крышки.

Вариант	$a=2R$, м	b , м	h , м	c , м	p , кг/см ²	ρ , кг/м ³	жидкость
5.9.1	2	5	2	0,1	$p_B=0,1$	1000	Вода
5.9.2	2,2	5,2	2,2	0,2	$p_M=0,5$	1250	Глицерин
5.9.3	2,3	5,4	2,3	0,3	$p_M=1$	680	Бензин
5.9.4	2,4	5,6	2,5	0,4	$p_B=0,2$	840	Масло АУ
5.9.5	2,5	5,8	2,8	0,5	$p_B=0,5$	960	Нефть
5.9.6	2,6	6,0	3	0,6	$p_M=0,8$	900	Мин. масло

ЗАДАНИЕ 5.10



Полностью заполненная жидкостью плотностью ρ цилиндрическая цистерна длиной L с двумя торцевыми сферическими крышками установлена на транспортное средство, которое тормозит с ускорением a . По центру цистерны в её верхней части имеется прибор для измерения давления, показание которого p при условии, что цистерна движется равномерно.

ОПРЕДЕЛИТЬ

- 1) Силы, действующие на болты сферических крышек (растяжения и среза) при равномерном движении и в процессе торможения.
- 2) Показание прибора для измерения давления, которое будет наблюдаться в процессе торможения.
- 3) Построить эпюры гидростатического давления по контуру цистерны, включая крышки, для 2-х случаев: а) равномерного движения; б) движения с заданной интенсивностью торможения.

Вариант	$D=2R$, м	L , м	p , кг/см ²	a , м/с	ρ , кг/м ³	жидкость
5.10.1	1	4	$p_M=0,2$	9,81	1000	Вода
5.10.2	1,1	4,2	$p_M=0,3$	12	840	Масло АУ
5.10.3	1,2	4,4	$p_M=0,4$	13	1250	Глицерин
5.10.4	1,3	4,6	$p_M=0,5$	14	900	Нефть
5.10.5	1,4	4,8	$p_M=0,6$	15	680	Бензин
5.10.6	1,5	5,0	$p_M=1,0$	19,62	900	Мин. масло

Приложение

Момент инерции плоских фигур относительно горизонтальной оси, проходящей через центр тяжести; координата центра тяжести h_c , площадь S

Вид фигуры	J_c	h_c	S
	м^4	м	м^2
Прямоугольник	$\frac{1}{12}bh^3$	$\frac{1}{2}h$	bh
Треугольник	$\frac{1}{36}bh^3$	$\frac{2}{3}h$	$\frac{1}{2}bh$
Трапеция	$\frac{1}{36}h^3 \frac{a^2 + 4ab + b^2}{a + b}$	$\frac{1}{3}h \frac{a + 2b}{a + b}$	$\frac{1}{2}h(a + b)$
Круг	$\frac{1}{4}\pi R^4$	R	πR^2
Полукруг	$\frac{9\pi^2 - 64}{72\pi}R^4$	$\frac{4}{3}\frac{R}{\pi}$	$\frac{1}{2}\pi R^2$
Кольцо	$\frac{1}{4}\pi(R^4 - r^4)$	R	$\pi(R^2 - r^2)$
Эллипс	$\frac{1}{4}\pi a^3 b$	a	πab

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гидравлика, гидромашины и гидроприводы. Учебник для машиностроительных вузов / Т. М. Башта, С. С. Руднев, Б. Б. Некрасов и др. – 2 изд. перераб. – М.: Машиностроение, 1982. – 423 с.
2. Сборник задач по машиностроительной гидравлике / Под ред. И. И. Куколевского, Л. Г. Подвидза. – М.: Машиностроение, 1981. – 464 с.
3. Вильнер Я. М., Коваленко Я. Т., Некрасов Б. Б. Справочное пособие по гидравлике, гидромашинам и гидроприводам. – Минск: Вышэйшая школа, 1976. – 416 с.
4. Рабинович Е.З.. Гидравлика: Учебное пособие для вузов – М.: Недра, 1980. – 278 с.

Евгений Александрович Дьячков

Владимир Дмитриевич Зорин

Сергей Григорьевич Телица

Евгений Алексеевич Федянов

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СИЛ ДАВЛЕНИЯ ЖИДКОСТИ НА СТЕНКИ
СОСУДОВ (ГИДРОСТАТИКА В ПРИМЕРАХ И ЗАДАЧАХ)

Учебное пособие

Редактор А. К. Саютина

Темплан 2004 г. Поз № 61

Лицензия ИД № 04790 от 18.05.01

Подписано в печать . Формат 60×84 1/16. Бумага газетная.

Печать офсетная. Усл. печ. л. 2,56. Уч. – изд. л. 2,64. Тираж 200 экз.

Заказ

Волгоградский государственный технический университет

400131 Волгоград, просп. им. В. И. Ленина, 28

РПК "Политехник" Волгоградского государственного технического
университета

400131 Волгоград, ул. Советская, 35

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ГИДРОСТАТИЧЕСКОГО ДАВЛЕНИЯ В ЖИДКОСТИ	3
1.1. Гидростатическое давление и его свойства	3
1.2. Распределение гидростатического давления в жидкости	4
1.3. Определение положения поверхности пьезометрического напора	7
1.4. Построение эпюр гидростатического давления	8
2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СИЛ ГИДРОСТАТИЧЕСКОГО ДАВЛЕНИЯ НА ПЛОСКИЕ СТЕНКИ	9
2.1. Определение силы давления	9
2.2. Определение положения центра давления	9
3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СИЛ ГИДРОСТАТИЧЕСКОГО ДАВЛЕНИЯ НА КРИВОЛИНЕЙНЫЕ СТЕНКИ	11
4. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ	16
ЗАДАЧА 1	16
ЗАДАЧА 2	20
ЗАДАЧА 3	24
5. ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ	29
ЗАДАНИЕ 5.1	29
ЗАДАНИЕ 5.2	30
ЗАДАНИЕ 5.3	31
ЗАДАНИЕ 5.4	32
ЗАДАНИЕ 5.5	34
ЗАДАНИЕ 5.6	35
ЗАДАНИЕ 5.7	36
ЗАДАНИЕ 5.8	37
ЗАДАНИЕ 5.9	38
ЗАДАНИЕ 5.10	39
ЗАДАНИЕ 5.11	40
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	41
Приложение	42

