

# 1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОСТОЯННОЙ СТЕФАНА-БОЛЬЦМАНА ПРИ ПОМОЩИ ОПТИЧЕСКОГО ПИРОМЕТРА

## 1.1. Цель работы

Изучение законов теплового излучения и экспериментальное определение постоянной Стефана-Больцмана при помощи оптического пирометра.

## 1.2. Содержание работы

Известно [1-3], что законы Стефана-Больцмана и Вина строго применимы лишь к абсолютно черному телу. На практике чаще приходится иметь дело с телами, отличающимися от абсолютно черного. В этих случаях, в целях использования законов излучения для реальных нагретых тел, необходимо учитывать, так называемый, *коэффициент черноты*  $z_T$  теплового излучателя, который представляет собой отношение энергетических яркостей реального тела  $B'_T$  и абсолютно черного тела  $B_T$ :

$$z_T = B'_T / B_T. \quad (1.1)$$

Безразмерный коэффициент  $z_T$  всегда меньше единицы и зависит от длины волны, температуры тела, его материала и состояния поверхности.

Энергетическая светимость  $R_\Sigma$  абсолютно черного тела связана с его энергетической яркостью соотношением:

$$R_\Sigma = \pi B_T.$$

Используя эти два соотношения, получим, что энергетическая светимость реального тела  $R'_\Sigma$  определяется через энергетическую светимость абсолютно черного тела  $R_\Sigma$  следующим образом:

$$R'_\Sigma = z_T R_\Sigma. \quad (1.2)$$

Энергетическая светимость  $R_\Sigma$  абсолютно черного тела, согласно закону Стефана-Больцмана, пропорциональна абсолютной температуре в четвертой степени:

$$R_\Sigma = \sigma T^4, \quad (1.3)$$

где  $\sigma$  - постоянная Стефана-Больцмана, равная  $5,668 \cdot 10^{-8} \text{ Вт} / (\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$ .

Как следует из (1.1), энергетическая светимость реальных тел всегда меньше энергетической светимости абсолютно черного тела при одинаковой температуре. Поэтому, оценивая температуру по энергетической яркости на данной длине волны излучаемого света, нельзя определить истинную температуру реального тела. Вместо нее всегда определяется меньшая, так называемая *яркостная* температура  $t_s$ , до которой нужно нагреть абсолютно черное тело, чтобы его энергетическая яркость была равна соответствующей яркости реального физического тела. От яркостной температуры затем можно перейти расчетным путем к истинной температуре, если известен коэффициент черноты теплового излучателя.

В данной работе определяется постоянная в законе Стефана-Больцмана путем измерения яркостной температуры вольфрамowego конуса при помощи оптиче-

ского пирометра с исчезающей нитью.

### 1.3. Описание лабораторной установки

Внешний вид и принципиальная схема экспериментальной установки приведены на рис 1.2.

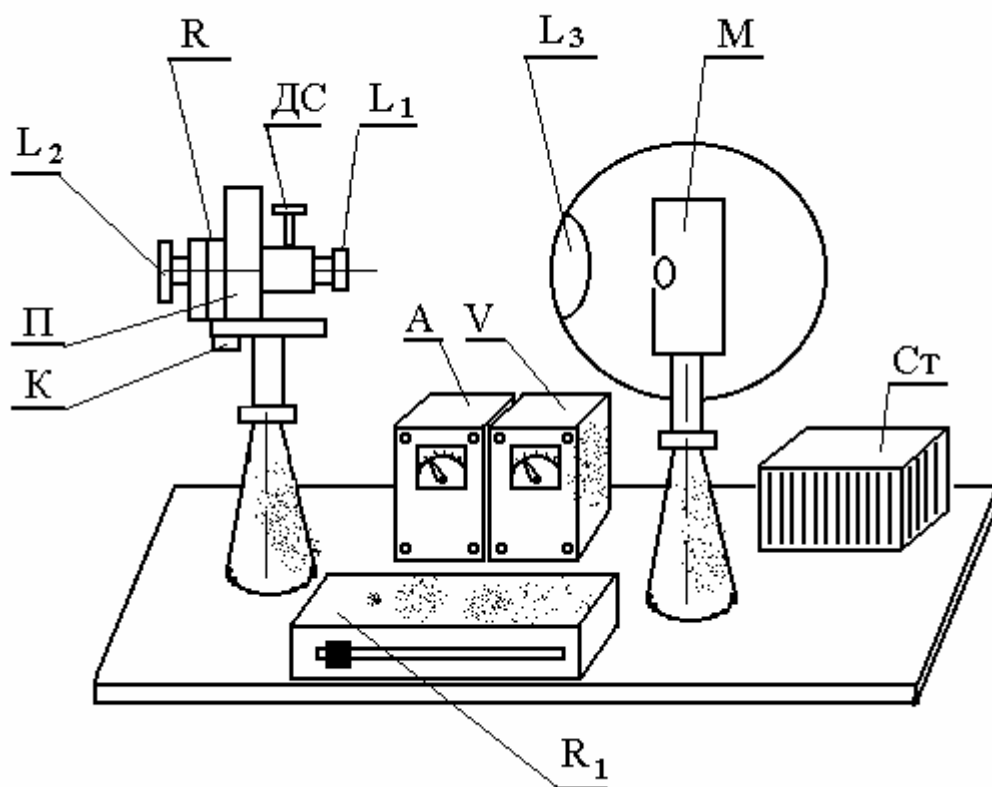


Рис. 1.1

Основными частями установки являются (рис. 1.1) оптический пирометр П и конусообразный излучатель М.

Оптический пирометр (рис. 1.2) состоит из следующих основных элементов:

- оптической системы, включающей в себя объектив  $L_1$ , окуляр  $L_2$ , красный КС и дымчатый ДС светофильтры;
- специальной лампочки накаливания  $N$ , включенной в схему последовательно с источником стабилизированного постоянного тока и кольцевым реостатом  $R_2$ ;
- прибора  $PA_2$ , шкала которого проградуирована в  $^{\circ}C$  и имеет два предела измерения - верхний и нижний.

В качестве исследуемого светящегося тела в работе применяется вольфрамовый конус М, заключенный в стеклянный сосуд и включенный последовательно с источником тока, реостатом  $R_1$  и амперметром  $PA_1$ . Параллельно в цепь включен вольтметр PV.

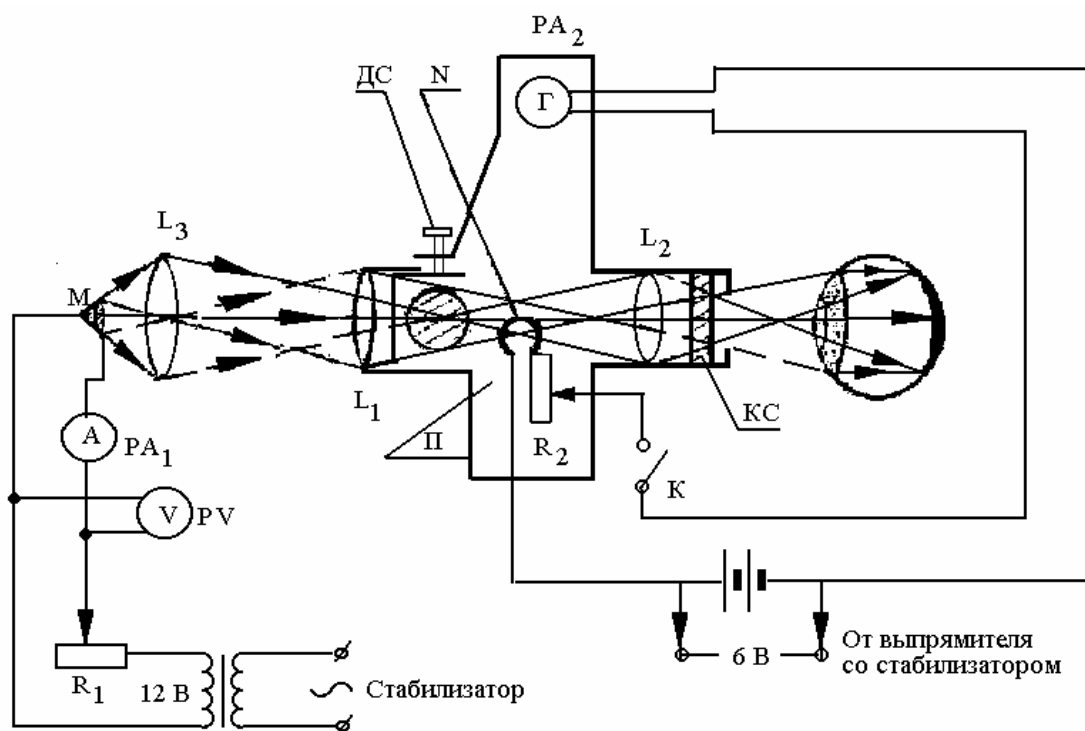


Рис. 1.2

Оптическая схема пирометра позволяет рассматривать нить лампочки на фоне изображения конусообразного излучателя. Нить  $N$  расположена в фокальной плоскости объектива  $L_1$ , т.е. в той же плоскости, в которой возникает действительное изображение светящегося конуса  $M$ . С помощью окулярной линзы  $L_2$  глаз наблюдателя одновременно видит увеличенное изображение нити  $N$  и светящегося конуса  $M$ . Для увеличения изображения конусообразного излучателя применяется вспомогательная двояковыпуклая линза  $L_3$ . Сравнение яркостей изображений тел  $N$  и  $M$  производится через окуляр и красный светофильтр, позволяющий выделить узкую спектральную область около длины волны  $\lambda = 0,65$  мкм.

С помощью кольцевого реостата  $R_2$  можно изменять сопротивление в цепи лампочки накаливания, а, следовательно, и температуру нити, значение которой отсчитывается по шкале прибора  $PA_2$ . Нижний предел шкалы позволяет установить температуру нити  $t_s$  до  $1400^\circ\text{C}$ , а верхний - свыше  $1400^\circ\text{C}$ . Длительное сохранение неизменности оптических характеристик нити лампочки обеспечивается оптимальными температурами нити, которые не должны превышать  $1400^\circ\text{C}$ . При установлении температуры конуса выше указанной необходимо ослабить яркость излучения, для чего между телом  $M$  и лампочкой вводится поглощающий дымчатый светофильтр ДС. При введенном светофильтре белая указательная точка на рукоятке ДС совпадает с красной точкой на корпусе пирометра, а при выведенном - совпадает с голубой точкой на корпусе пирометра.

Нить лампочки  $N$  в оптическом пирометре служит эталоном яркости (эталонным источником света). Для нее заранее методом сравнения с искусственным абсолютно черным телом установлена зависимость яркости от температуры и проградуирована шкала гальванометра  $PA_2$  в  $^\circ\text{C}$ .

## 1.4. Методика проведения эксперимента и обработка результатов измерений

### 1.4.1. Методика эксперимента

В настоящей работе определение постоянной Стефана-Больцмана основано на сравнении яркости излучения исследуемого светящегося тела с яркостью эталонного источника света в одной и той же спектральной области. Для этого кольцевым реостатом  $R_2$  задают определенную яркостную температуру нити  $t_s$  эталонного источника света, а с помощью реостата  $R_1$  изменяют силу тока накала вольфрамового конуса так, чтобы наблюдалось равенство яркостей нити  $N$  и конуса  $M$ .

В условиях термодинамического равновесия мощность тока ( $J \cdot U$ ), потребляемая светящимся конусом, равна мощности его излучения. Измерив силу тока  $J$  и напряжение  $U$  на вольфрамовом конусе и зная площадь конуса  $S$ , можно рассчитать энергетическую светимость конуса:

$$R_9 = \frac{JU}{S}. \quad (1.4)$$

Т.к. излучение конуса происходит в среде с температурой  $T_0$ , то конус одновременно поглощает некоторую часть теплового излучения. В этом случае закон Стефана-Больцмана запишется в виде:

$$R_9 = \sigma (T^4 - T_0^4). \quad (1.5)$$

Приравнивая правые части формул (1.4) и (1.5), найдем значение  $\sigma$ :

$$\sigma = \frac{JU}{S(T^4 - T_0^4)}. \quad (1.6)$$

### 1.4.2. Порядок выполнения работы

- 1) Подготовьте оптический пирометр к проведению измерений:
  - введите сопротивление кольцевого реостата  $R_2$  пирометра полностью, поворачивая кольцо  $R_2$  (рис. 1.1) против часовой стрелки до упора;
  - выведите дымчатый светофильтр ДС, установив белую точку на рукоятке ДС против голубой точки на корпусе пирометра;
  - подайте напряжение с распределительного щитка в электрическую цепь установки.
- 2) Поворачивая кольцо  $R_2$  по часовой стрелке, доведите температуру нити  $N$  эталонной лампочки до  $1200^\circ\text{C}$  (яркостная температура) по нижней шкале прибора  $PA_2$  пирометра.
- 3) Перемещая продольный тубус окуляра  $L_2$ , добейтесь резкого изображения нити накала  $N$  эталонной лампочки.
- 4) Изменяя с помощью реостата  $R_1$  силу тока вольфрамового конуса  $M$ , добейтесь равенства яркостей нити эталонной лампочки и конуса. Тогда вершина

дуги нити накала пирометра исчезнет на фоне изображения конусообразного излучателя.

5) Измерьте силу тока и напряжение на вольфрамовом конусе. Опыт повторите 3 раза. Средние результаты запишите в таблицу 1.1.

6) Аналогичные измерения, указанные в пп. 2-5, проведите при температуре конуса 1300 °С. Результаты измерений запишите в таблицу 1.1.

7) Введите дымчатый светофильтр ДС, установив белую точку на рукоятке ДС против красной точки на корпусе пирометра.

8) Аналогичные измерения, указанные в пп. 2-5, проведите при температурах 1400, 1500, 1600 и 1700 °С. Результаты измерений запишите в таблицу 1.1.

9) С помощью термометра измерьте температуру окружающего воздуха и запишите в таблицу 1.1.

#### 1.4.3. Обработка результатов эксперимента

1) Перейдите от значений температур по шкале °С к абсолютным температурам по шкале Кельвина.

2) По формуле (1.6) вычислите значения постоянной Стефана-Больцмана  $\sigma$  по средним значениям тока и напряжения, полученным из трех измерений при каждой температуре конуса. Площадь конуса  $S$  принять равной  $2,3 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2$ .

3) Рассчитайте среднее значение постоянной Стефана-Больцмана  $\langle \sigma \rangle$ .

4) Результаты вычислений запишите в соответствующие графы таблицы 1.1.

**Примечание:** в таблице 1.1 переход от яркостных температур вольфрамового конуса  $t_s$  к истинным температурам  $t$  осуществляется расчетным путем. При этом учтено, что коэффициент черноты вольфрамового конуса  $\varepsilon_T = 0,45$  остается постоянным для данного интервала температур и длины волны  $\lambda = 0,65 \text{ мкм}$ .

#### 1.5. Перечень контрольных вопросов

1) Какое излучение тела называется тепловым (температурным)?

2) Какое излучение называют равновесным?

3) Дайте определение основных характеристик теплового излучения: спектральной плотности энергетической светимости, энергетической светимости, поглощательной способности. Какова связь между спектральной плотностью энергетической светимости и энергетической светимостью?

4) Сформулируйте основные законы теплового излучения: Кирхгофа, Стефана-Больцмана, Вина.

5) Объясните формулу Планка.

6) Что такое коэффициент черноты излучателя?

7) Выведите формулу, по которой рассчитывается постоянная Стефана-Больцмана в данной работе.

# Результаты измерений и вычислений постоянной Стефана-Больцмана

Таблица 1.1

| Температура             |                    |                        |                       |                       | Ток $J$ | Напря-<br>жение<br>$U$ | $\sigma$                                   | $\langle \sigma \rangle$                   |
|-------------------------|--------------------|------------------------|-----------------------|-----------------------|---------|------------------------|--------------------------------------------|--------------------------------------------|
| ярко-<br>стная<br>$t_s$ | истин-<br>ная $t$  | ис-<br>тин-<br>ная $T$ | воз-<br>духа<br>$t_0$ | воз-<br>духа<br>$T_0$ |         |                        |                                            |                                            |
| $^{\circ}\text{C}$      | $^{\circ}\text{C}$ | К                      | $^{\circ}\text{C}$    | К                     | А       | В                      | $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{ К}^4}$ | $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{ К}^4}$ |
| 1200                    | 1283               |                        |                       |                       |         |                        |                                            |                                            |
| 1300                    | 1394               |                        |                       |                       |         |                        |                                            |                                            |
| 1400                    | 1508               |                        |                       |                       |         |                        |                                            |                                            |
| 1500                    | 1621               |                        |                       |                       |         |                        |                                            |                                            |
| 1600                    | 1736               |                        |                       |                       |         |                        |                                            |                                            |
| 1700                    | 1851               |                        |                       |                       |         |                        |                                            |                                            |

8) Какая температура тела называется яркостной?

9) Из каких составных частей состоит используемая в данной работе установка и каково назначение каждой части?

## СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Савельев И. В. Курс общей физики. т.3. М.: Наука, 1982. - §§ 1 - 4.
2. Детлаф А. А., Яворский Б. М. Курс физики. т.3. М.: Высшая Школа, 1979. - §§ 10.1 - 10.3.
3. Зисман Г. А., Тодес О. М. Курс общей физики. т.3. М.: Наука, 1972. - §§ 30 - 34.

## 2. ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ ВНЕШНЕГО ФОТОЭФФЕКТА

### 2.1. Цель работы

Практическое ознакомление с закономерностями внешнего фотоэффекта; экспериментальное определение работы выхода для сурьмяно-цезиевого фотокатода, а также постоянной Планка.

### 2.2. Содержание работы

#### 2.2.1. Явление внешнего фотоэффекта

Внешним фотоэлектрическим эффектом (фотоэффектом) называется испускание электронов веществом под действием света. Фотоэффект используется в фотоэлементах, получивших широкое распространение как регистрирующие приборы в самых разных областях науки и техники.

Изучение закономерностей фотоэффекта привело физическую науку к понятию световых квантов и сыграло выдающуюся роль в становлении современных представлений о природе.

#### 2.2.2. Вакуумный фотоэлемент

Это один из самых распространенных приборов, использующих внешний фотоэффект. Он представляет собой откаченный стеклянный баллон, часть внутренней поверхности которого покрыта металлом и является катодом  $K$ . Металлическое кольцо  $A$  служит анодом (см. рис. 2. 1).

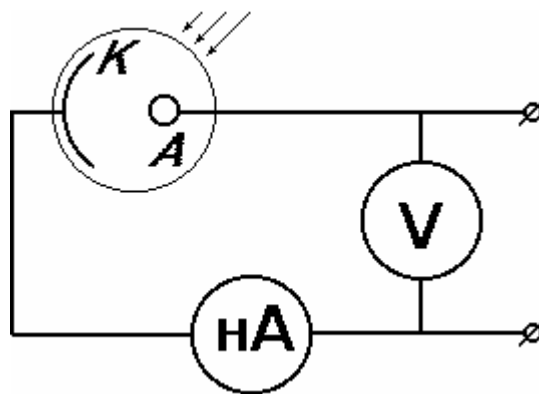


Рис. 2. 1

Электрическая цепь на рис. 2. 1 разомкнута; ток в ней появится, только если из катода будут вырваны (например, светом) электроны, которые затем достигнут анода. Сила фототока зависит от числа вылетающих из катода электронов, от их начальной скорости, а также от разности потенциалов между катодом и анодом. Зависимость силы фототока от анодного напряжения (при постоянной освещен-

ности катода) называется вольт-амперной характеристикой (ВАХ) фотоэлемента (см. рис. 2. 2).

### 2.2.3. Закономерности фотоэффекта

Даже при нулевом анодном напряжении  $U$  некоторые из фотоэлектронов долетают до анода, поэтому  $I \neq 0$  при  $U = 0$ . С увеличением  $U$  анода достигают все большее число электронов, и сила фототока постепенно возрастает. Наконец, при некотором напряжении (называемым *напряжением насыщения*  $U_H$ ) все фотоэлектроны долетают до анода, и в дальнейшем увеличение напряжения не приводит к увеличению силы тока. Достигнутое значение силы фототока называется *током насыщения*  $I_H$ . По значению силы тока насыщения можно судить о количестве электронов  $n$ , испускаемых катодом за единицу времени:

$$I_H = ne \quad (2.1)$$

Если анодное напряжение отрицательно, то оно будет тормозить фотоэлектроны, и сила тока уменьшится. При некотором значении напряжения  $U = U_3 < 0$  (которое называется *запирающим*) даже самые быстрые фотоэлектроны не в силах достигнуть анода, и ток прекращается. При этом вся начальная кинетическая энергия электронов расходуется на совершение работы против сил задерживающего электрического поля:

$$E_{kmax} = eU_3 \quad (2.2)$$

( $E_{kmax}$  — начальная кинетическая энергия самых быстрых фотоэлектронов, покидающих катод при данных условиях).

На рис. 2. 2 приведены несколько ВАХ одного и того же фотоэлемента, полученные при облучении катода монохроматическим светом одной и той же частоты  $\omega$ , но разной интенсивности (а) или одной и той же интенсивности  $I$ , но разных частот (б).

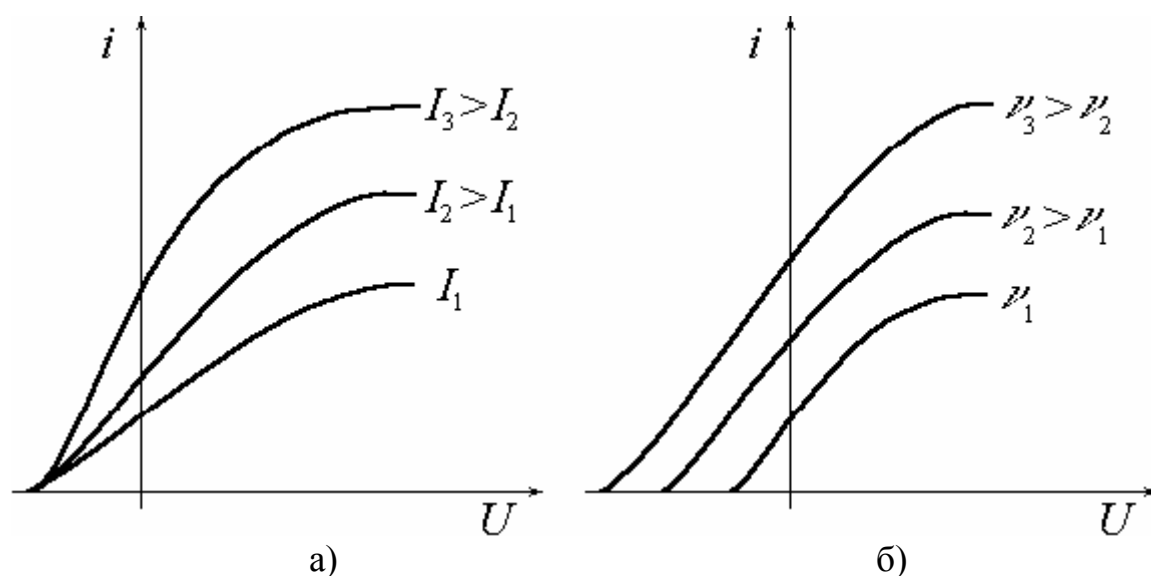


Рис. 2. 2.

Экспериментально установлены следующие закономерности фотоэффекта [1].

1. При фиксированной частоте света сила фототока насыщения (и число фотоэлектронов вырывающихся из катода за единицу времени) прямо пропорционально интенсивности света).
2. Величина запирающего напряжения (и максимальная скорость фотоэлектронов) определяется частотой света и не зависит от его интенсивности.
3. Для каждого вещества существует *красная граница* фотоэффекта, т.е. минимальная частота света  $\omega_0$ , при которой фотоэффект еще возможен.

#### 2.2.4. Недостаточность классических представлений

К моменту открытия фотоэффекта была общепризнана волновая теория света, берущая начало из опытов Френеля, Юнга и Араго по дифракции и интерференции света. Из уравнений Максвелла следовало существование электромагнитных волн, свойства которых (экспериментально изученных Герцем) оказались тождественны свойствам света, а также инфракрасного и ультрафиолетового излучений. Были измерены длины световых волн (0,4 – 0,7 мкм).

С помощью представлений о свете как об электромагнитных волнах успешно объяснены (не только качественно, но и количественно) закономерности отражения, преломления, поляризации света. Естественным было стремление объяснить с тех же позиций и фотоэффект.

Металлы отличаются от других веществ наличием большого числа "свободных" электронов (не связанных с каким-либо атомом) проводимости. Резонно предположить, что именно эти электроны и будут вырываться электрическим полем световой (электромагнитной) волны. Тогда первый из указанных в п.2.2.3 законов фотоэффекта объясняется элементарно: чем больше амплитуда световой волны, тем большее количество электронов может она вырвать с поверхности металла.

Найдем далее зависимость скорости и кинетической энергии приобретаемой электроном, от параметров световой волны. Для этого проинтегрируем уравнение движения "свободного" электрона проводимости в переменном электрическом поле волны:

$$m_e \dot{v} = eE \cos \omega t, \quad (2.3)$$

где  $E$  – амплитуда,  $\omega = 2\pi\nu$  – циклическая частота света. Получим

$$m_e v = \frac{eE}{\omega} \sin \omega t, \quad (2.4)$$

$$E_K = \frac{m_e v^2}{2} = \frac{1}{2m_e} \left( \frac{eE}{\omega} \right)^2 \sin^2 \omega t. \quad (2.5)$$

Поскольку интенсивность света определяется квадратом амплитуды электрического вектора  $E$ , то можно сказать, что максимальная начальная кинетическая энергия фотоэлектронов: во-первых, прямо пропорциональна интенсивности света; во-вторых, обратно пропорциональна квадрату частоты света.

*Однако оба этих предсказания никак не подтверждаются наблюдениями!*

Даже если предположить, что свет вырывает из металла не электроны проводимости, а электроны, связанные с атомами квазиупругими силами, то решение уравнения движения такого электрона дало бы резонансную зависимость  $E_{\text{кmax}}$  от  $\omega$  (острый пик при  $\omega = \omega_0$  – частота собственных колебаний электронов в атомах) и по-прежнему пропорциональность между интенсивностью света и  $E_{\text{кmax}}$ .

Итак, классические представления явно не способны объяснить всех наблюдаемых закономерностей фотоэффекта!

### 2.2.5. Квантовое истолкование законов фотоэффекта

В 1905 г. Эйнштейн показал, что закономерности излучения и поглощения света легко могут быть объяснены в предположении, что энергия света излучается и поглощается дискретными порциями (квантами); при этом величина кванта энергии света прямо пропорциональна его частоте:  $\varepsilon = h\nu$  (коэффициент  $h$  называется постоянной Планка).

В соответствии с квантовой теорией (см., например [2], [3]) энергия электрона в твердом теле также принимает дискретный ряд значений. Эти значения (*энергетические уровни*) группируются в полосы, или *разрешенные зоны* разделенные *запрещенными зонами*.

Энергетическая зона, заполненная электронами лишь частично, называется *зоной проводимости*; у зон, лежащих ниже нее, заполнены все уровни.

Находящиеся в зоне проводимости электроны легко могут переходить на более высокие энергетические уровни этой зоны, иначе говоря – увеличивать свою кинетическую энергию (ускоряться) за счет внешних воздействий. Наивысший из энергетических уровней, занятых электронами при  $T = 0$  К, называется *уровнем Ферми*.

При обычных условиях все электроны в металле имеют отрицательные значения полной энергии; за нулевой уровень энергии принимается энергия покоящегося электрона, находящегося вне металла. Наименьшая работа, необходимая для удаления электрона из металла в вакуум, называется *работой выхода*  $A_0$ . Фактически работа выхода – это энергия, которую нужно затратить, чтобы вырвать из металла (при  $T = 0$  К) электрон, имеющий энергию Ферми и движущийся к поверхности (а не вглубь) металла. Для вырывания любого другого электрона понадобится большая энергия! Работу выхода можно также трактовать как глубину потенциальной ямы, в которой находятся электроны металла. Она определяется химической природой вещества и в меньшей степени – условиями, в которых оно находится, например, температурой.

Если энергия каждого кванта света (фотона) меньше работы выхода, то электроны, которым передается их энергия, не смогут покинуть металл. Минимальная частота света, которая еще может вызывать фотоэффект, определяется соотношением:

$$\nu_0 = \frac{A_0}{h}, \quad (2.6)$$

и называется *красной границей* фотоэффекта. (Здесь "красная" является синонимом слов "длинноволновая" или "низкочастотная"; красная граница может лежать и в ультрафиолетовой области спектра!)

Итак, если поверхность металла освещена светом с частотой  $\nu > \nu_0$ , то максимальная кинетическая энергия, которую могут иметь фотоэлектроны, определяется из соотношения

$$E_{k\max} = h\nu - A_0, \quad (2.7)$$

называемого *уравнением Эйнштейна* для фотоэффекта.

В соответствии с уравнением Эйнштейна и формулой (2.2) запирающее напряжение должно зависеть от частоты линейно:

$$eU_3 = h\nu - A_0. \quad (2.8)$$

Этот вывод (одно из предсказаний квантовой теории) находится в прекрасном соответствии с опытом. Более того, измерив значение запирающего напряжения для нескольких частот света, мы можем с помощью уравнения (2.8) найти работу выхода материала фотокатода и постоянную Планка.

### 2.3. Описание лабораторной установки

В лабораторной установке, показанной на рис. 2.3, в качестве источника света используется ртутная газоразрядная лампа ДРШ, излучающая линейчатый спектр. (Длины волн спектральных линий ртути хорошо известны и занесены в таблицы, что избавляет от необходимости их измерять.)

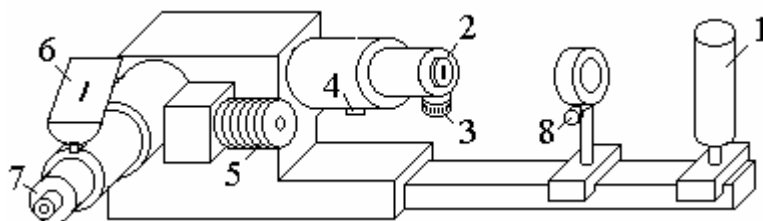


Рис. 2.3.

С помощью монохроматора из излучения ртутной лампы выделяется узкие пучки монохроматического света, которые поочередно направляют на фотоэлемент с сурьмяно-цезиевым катодом.

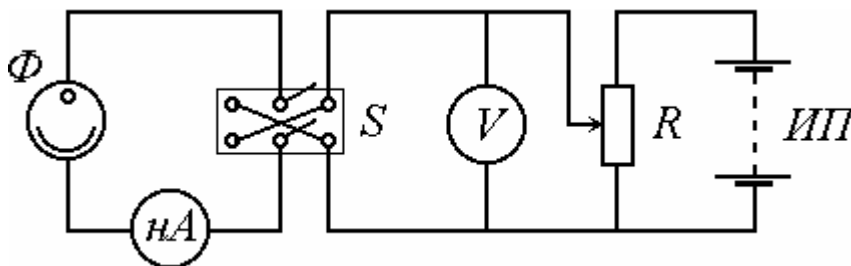


Рис. 2.4.

Электрическая схема включения фотоэлемента показана на рис. 2.4. С помощью источника постоянного тока ИП, смонтированного в основании монохроматора, и двухполюсного переключателя  $S$  на аноде фотоэлемента  $\Phi$  можно создавать как положительный (ускоряющее поле), так и отрицательный потенциал (тормозящее поле). Напряжение между катодом и анодом регулируется потенциометром  $R$ ; для измерения напряжения служит вольтметр  $V$ . Сила тока в цепи фотоэлемента измеряется амперметром  $A$ .

## 2.4. Методика проведения эксперимента и обработка результатов

### 2.4.1. Методика эксперимента

#### 2.4.1.1. Измеряемые и вычисляемые величины

Для определения красной границы фотоэффекта и постоянной Планка измеряются значения запирающего напряжения для нескольких наиболее ярких спектральных линий, двигаясь от фиолетовой до желто-зеленой области спектра. Для этих же линий снимаются вольт-амперные характеристики в интервале напряжения от 0 до 3 В.

По окончании измерений строится график зависимости  $U_3(\nu)$ ; по графику определяются значения  $h$  и  $\nu_0$ . Вычисляются значения  $\lambda_0$  (нм), а также  $A_0$  (Дж, эВ).

#### 2.4.1.2. Темновой ток фотоэлемента и точность измерений

В реальном фотоэлементе даже при нулевой освещенности катода течет некоторый (очень небольшой) *темновой ток*  $I_T$ , обусловленный отчасти термоэлектронной эмиссией с катода, отчасти разностью работ выхода для катода и анода, отчасти просто утечкой тока между выводами фотоэлемента.

При разности потенциалов между катодом и анодом, близкой к  $U_3$ , сила тока в цепи анода того же порядка, что и темновой ток. Однако величина темнового тока зависит от множества параметров и в принципе может меняться в ходе опыта.

Из сказанного ясно, что способ экспериментального определения  $U_3$  как напряжения, при котором ток на выходе фотоэлемента равен нулю (или даже предварительно измеренному значению  $I_T$ ) не вполне надежен. Для получения более достоверного значения  $U_3$  следует увеличивать (по модулю) отрицательное анодное напряжение до тех пор, *пока не прекратит уменьшаться анодный ток* фотоэлемента.

При положительных значениях анодного напряжения темновой ток составляет незначительную часть полного тока. Поэтому при снятии вольт-амперной характеристики в области  $U > 0$  учет темнового тока не требуется.

## 2.4.2. Порядок выполнения работы

### 2.4.2.1. Подготовка к работе

- 1) Подготовьте амперметр к работе в соответствии с инструкцией.
- 2) Включите ртутную лампу 1 нажатием тумблера "ВКЛ" и "ЛАМПА ДРШ" на блоке питания (если лампа не загорается, нажмите черную кнопку).
- 3) При правильной настройке свет ртутной лампы должен быть сфокусирован в центре крышечки 2, закрывающей объектив монохроматора. Если это не так, наведите световое пятно на центр крышки 2, поворачивая винт 8 конденсорной линзы.
- 4) Снимите крышку 2 с объектива монохроматора. Рукоятка затвора 4 должна стоять в положении "ОТКР".
- 5) Микровинтом 3 установите ширину входной щели 0,15 мм.

### 2.4.2.2. Измерение запирающего напряжения

- 6) Глядя в окуляр монохроматора, поворотом барабана 5 совместите яркую фиолетовую линию ( $\lambda = 404,7$  нм) с указателем (темная стрелка на фоне спектра). При необходимости регулируйте резкость вращением окулярного кольца.
- 7) Замените окулярную головку 7 на головку с фотоэлементом 6.
- 8) Микровинтом 3 установите ширину входной щели 2 мм.
- 9) Ручкой "УСТАНОВКА 0" амперметра выведите его стрелку на середину шкалы.
- 10) Переключатель полярности блока питания фотоэлемента поставьте в положение "-".
- 11) Вращая ручку потенциометра R, увеличивайте анодное напряжение до тех пор, пока стрелка амперметра не остановится.
- 12) Запишите значения напряжения, при котором стрелка остановилась (запирающее напряжение) в таблицу 2.2.
- 13) Прodelайте измерения по пунктам 9-12 еще два раза.
- 14) Ручкой "УСТАНОВКА 0" выставьте стрелку амперметра на нулевое деление.

### 2.4.2.3. Снятие вольт-амперных характеристик

- 15) Переключатель полярности блока питания поставьте в положение "+".
- 16) Потенциометром R установите анодное напряжение равное 0.
- 17) Измерьте силу фототока для значений ускоряющего напряжения от 0 до 3 В через 0,6 В. Запишите ее в таблицу 2.3.

**Внимание!** Измерения по п.п. 5÷17 необходимо проделать также для синей ( $\lambda = 435,6$  нм) и голубой (481,6 нм) линий спектра ртути.

Таблица 2.1

## Однократно измеряемые величины

| $\nu_0$ ,<br>$10^{15} \text{с}^{-1}$ | $U_*$ ,<br>В | Работа выхода $A_0$ , |    | Красная граница<br>фотоэффекта $\lambda_0$ ,<br>нм | Постоянная<br>Планка $h$ ,<br>Дж·с |
|--------------------------------------|--------------|-----------------------|----|----------------------------------------------------|------------------------------------|
|                                      |              | $10^{-19} \text{Дж}$  | эВ |                                                    |                                    |
|                                      |              |                       |    |                                                    |                                    |

## 2.4.3. Обработка результатов измерений

- 1) Вычислите значения частоты  $\nu = c/\lambda$ , соответствующие длинам волн исследуемых спектральных линий. Результаты занесите в таблицу 2.2.
- 2) На миллиметровой бумаге постройте координатные оси  $\nu$  и  $U_3$ .
- 3) Нанесите на график частоты исследованных спектральных линий и измеренные для этих линий значения запирающего напряжения.
- 4) Через экспериментальные точки проведите прямую линию. Определите координаты точек ее пересечения с осями  $\nu$  и  $U_3$  (см. рис. 2.5).

Таблица 2.2

## Измерение задерживающего напряжения

| Отсчет по<br>монокроматору<br>$\varphi$ | Длина<br>волны<br>$\lambda$ | Частота<br>$\nu$        | Задерживающее напряжение |     |     |                       |   |
|-----------------------------------------|-----------------------------|-------------------------|--------------------------|-----|-----|-----------------------|---|
|                                         |                             |                         | $U_3$                    |     |     | $\langle U_3 \rangle$ |   |
| град                                    | нм                          | $10^{15} \text{с}^{-1}$ | дел                      | дел | дел | дел                   | В |
|                                         |                             |                         |                          |     |     |                       |   |

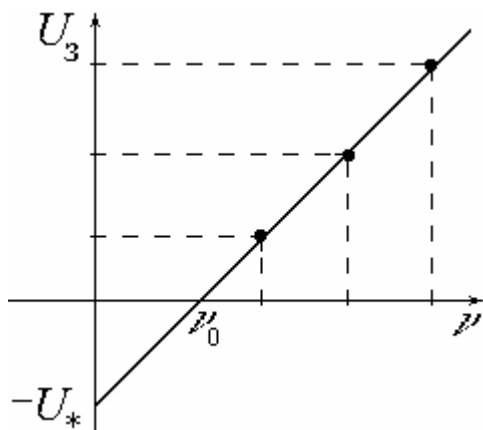


Рис. 2.5

- 5) По полученным значениям  $\nu_0$  и  $U_*$  вычислите постоянную Планка  $h = eU_*/\nu_0$  и работу выхода  $A_0 = h\nu_0$ . Занесите все значения в таблицу 2.1.

Таблица 2.3

## Снятие вольт-амперных характеристик

| $\varphi$ ,<br>град | $\lambda$ ,<br>нм | $U$ ,<br>В | 0 | 0,6 | 1,2 | 1,8 | 2,4 | 3,0 |
|---------------------|-------------------|------------|---|-----|-----|-----|-----|-----|
|                     |                   | $i$ , нА   |   |     |     |     |     |     |
|                     |                   | $i$ , нА   |   |     |     |     |     |     |
|                     |                   | $i$ , нА   |   |     |     |     |     |     |

## 2.5 Контрольные вопросы

- 1) Расскажите, как экспериментально определить число фотоэлектронов, покидающих катод за единицу времени, и их начальную кинетическую энергию.
- 2) Поясните ход вольт-амперных характеристик фотоэлемента. Пользуясь этими графиками, сформулируйте основные законы фотоэффекта.
- 3) Почему электроны вылетают из металла с разными скоростями даже при освещении его монохроматическим светом?
- 4) Почему при попытке классического истолкования фотоэффекта мы рассматривали действие на электрон лишь электрического, но не магнитного поля световой волны?
- 5) Объясните, в чем состояла новизна эйнштейновской теории фотоэффекта.
- 6) Дайте определение работы выхода: сперва в терминах классической, а затем – квантовой физики.
- 7) Из опыта известно, что количество выбитых из металла фотоэлектронов в несколько раз меньше фотонов упавших на поверхность катода. Почему?
- 8) Подумайте, будет ли ток насыщения фотоэлемента зависеть от частоты света, падающего на фотокатод.
- 9) Можно ли наблюдая фотоэффект для света с длиной волны  $\lambda > \lambda_0$ , если создать между катодом и анодом не тормозящую, а ускоряющую разность потенциалов?
- 10) Работа выхода для металлов составляет обычно несколько электронвольт. Почему же для вырывания электронов электрическим полем из отрицательно заряженного металлического электрода требуется разность потенциалов в сотни тысяч вольт? (Это явление называется холодной, или авто-электронной эмиссией)

## СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гольдин Л.Л., Новикова Г.И. Введение в атомную физику. М.: Наука, 1969.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. Т.3. М.: Наука, 1982.
3. Детлаф А.А., Яворский В.М. Курс физики. М.: Высшая школа, 1989.

### 3. ИЗУЧЕНИЕ СПЕКТРАЛЬНОГО ПРИБОРА

#### 3.1. Цель работы

Ознакомление с принципом действия и устройством спектрального прибора – монохроматора УМ-2, построение градуировочного графика монохроматора и определение его дисперсионных характеристик.

#### 3.2. Содержание работы

В практике заводских лабораторий и научных исследований широкое распространение получили спектральные приборы для решения большинства спектрально-аналитических задач. Можно назвать некоторые из этих задач: быстрый контроль состава больших партий готовых деталей, которые после контроля идут для сборки изделий, экспрессный контроль состава пробы литейного цеха, определение состава незначительного включения на поверхности детали, контроль новых соединений, определение ничтожных концентраций микроэлементов в биофизике, агрофизике, агрохимии, медицине, биологии и т. д.

Спектральные приборы обеспечивают разложение идущего от источника излучения в спектр по длинам волн. Применяются два типа спектрального разложения: при преломлении света в призмах (призменные спектральные приборы) и при дифракции света в дифракционных решетках (дифракционные спектральные приборы).

Принципиальная оптическая схема призменного спектрального прибора представлена на рис. 3.1. Основными частями прибора являются:

- коллиматор, состоящий из щели 1 и объектива 2;
- диспергирующая призма 3;
- камерный объектив 4 или зрительная труба 4-5.

Коллиматор служит для получения параллельного пучка света, для чего щель 1 помещается в фокальной плоскости объектива коллиматора 2.

Параллельный пучок света падает на призму диспергирующей системы. Отклонение  $\varphi$  луча после прохождения призмы зависит от преломляющего угла  $\alpha$  призмы и от ее показателя преломления  $n$  и определяется следующей формулой (в случае наименьшего отклонения, т. е. в том ее положении, когда внутри призмы луч идет параллельно основанию):

$$\sin \frac{\alpha + \varphi}{2} = n \cdot \sin \alpha / 2. \quad (3.1)$$

Вследствие дисперсии в призме [ $n = f(\lambda)$ ] из нее выходят пучки различных направлений. Угловое расстояние  $\Delta\varphi$  между пучками для крайних длин волн определяется разностью показателей преломления  $\Delta n$  для этих длин волн и с достаточным приближением может быть получено из (3.1) в следующем виде:

$$\Delta\varphi = \frac{2\Delta n \cdot \sin \alpha / 2}{\cos(\alpha + \varphi) / 2}. \quad (3.2)$$

Для многопризменных приборов угловая ширина  $\Delta\varphi$  увеличивается в зависимости от числа призм  $K$ , и тогда

$$\Delta\varphi = 2K \frac{\Delta n \cdot \sin \alpha/2}{\cos(\alpha + \varphi)/2}. \quad (3.3)$$

Лучи разных длин волн  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  не параллельны друг другу, но световой пучок, состоящий из лучей одной длины волны  $\lambda_1$  (на рисунке заштрихован), или  $\lambda_2$ , остается строго параллельным. Такой пучок попадает в камерный объектив 4.

Камерный объектив 4 собирает эти параллельные пучки в своей фокальной поверхности  $ab$ . На экране, расположенном в фокальной плоскости камеры, наблюдаются изображения входной щели в монохроматическом свете, соответствующие различным длинам волн – спектральные линии. Совокупность спектральных линий составляет спектр. Если для наблюдения спектра устанавливается окуляр 5 (визуальное наблюдение), то прибор называется спектроскопом. Можно в фокальной плоскости  $ab$  установить фотопластинку и получить спектрограмму – фотографию спектра. Такой прибор носит название спектрографа.

Основными характеристиками спектрального прибора являются угловая и линейная дисперсии.

Угловая дисперсия  $\beta$  определяется

$$\beta = \frac{d\varphi}{d\lambda}, \quad (3.4)$$

где  $d\varphi$  – угол между направлениями лучей  $\lambda_1$  и  $\lambda_2 = \lambda_1 + d\lambda$  (см. рис. 3.1).

Угловая дисперсия определяется по (3.3) дисперсией призмы  $dn/d\lambda$ , преломляющим углом  $\alpha$  призмы и числом призм  $K$ .

Линейная дисперсия определяется расстоянием на фокальной плоскости  $ab$ , на которое разведены лучи с единичным интервалом длин волн, т.е.  $dl/d\lambda$ . Выражается линейная дисперсия в миллиметрах на нанометр (мм/нм). На практике обычно употребляют обратную величину  $d\lambda/dl$ , называемую обратной линейной дисперсией, определяющей значение интервала длин волн, приходящегося на

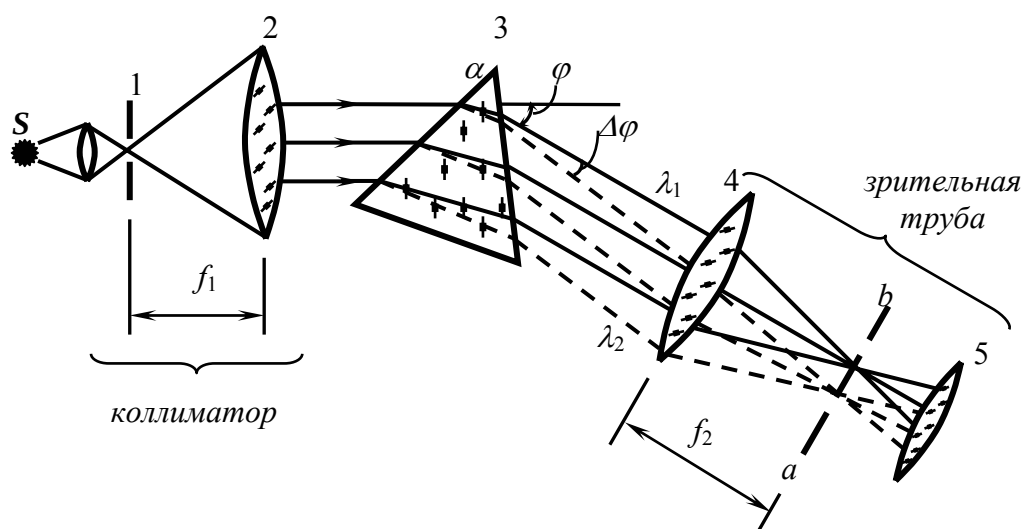


Рис. 3.1

1 мм длины спектра.

По значению угловой дисперсии  $\beta$  можно определить линейную дисперсию

$$\frac{dl}{d\lambda} = f \frac{d\varphi}{d\lambda}, \quad (3.5)$$

где  $f$  – фокусное расстояние камерного объектива.

В разных участках спектра угловая и линейная дисперсии призмных спектральных приборов имеют различные значения. Поэтому угловое и линейное расстояние между спектральными линиями, отличающимися по длине волны на одно и то же значение, будут также различными в разных участках спектра.

Тип спектра, получаемого с помощью спектрального прибора, зависит от используемого источника света  $S$ .

Если источником света  $S$  служит, например, лампа накаливания, то в фокальной плоскости наблюдается сплошной спектр с плавным изменением окраски от красной до фиолетовой. Если источником света служит газоразрядная лампа низкого давления, электрическая дуга или искра между металлическими электродами, когда вещество переводится в атомарное состояние (атомы практически не взаимодействуют), то наблюдается линейчатый спектр – набор спектральных линий, каждая из которых является изображением щели 1 в свете частот, характерных для излучения данного источника.

Линейчатые спектры свидетельствуют о дискретности энергии атомов, т. е. энергия атомов принимает ряд определенных значений  $E_1, E_2, \dots$ , каждое из которых в атомной физике принято представлять в виде энергетического уровня, изображаемого на схеме горизонтальной линией (рис. 3.2). Самый нижний энергетический уровень  $E_1$  валентного (оптического) электрона называется основным и соответствует нормальному (невозбужденному) состоянию атома. Все остальные уровни отвечают возбужденным состояниям атома. Для перевода атома в возбужденное состояние необходимо передать ему определенную энергию (атом поглощает). В возбужденном состоянии атом находится около  $10^{-8}$  с и возвращается на более низкие энергетические уровни.

При переходе атома с уровня  $E_n$  на уровень  $E_m$  ( $n > m$ ) атом испускает квант излучения

$$h\nu = E_n - E_m, \quad (3.6)$$

где  $\nu$  – частота излучения,

$h = 6,625 \cdot 10^{-34}$  Дж·с – постоянная Планка.

Разрешенные и запрещенные оптические переходы определяются квантово-механическими правилами отбора. Соответствующие переходы на схеме (см. рис. 3.2) изображаются стрелками.

Атомы каждого химического элемента характеризуются вполне определенным набором дискретных значений энергии и, следовательно, своим линейчатым спектром (набором частот). По наличию совокупности линий элемента в спектре можно судить о наличии данного элемента в составе вещества (качественный спектральный анализ). По интенсивности линий элемента можно судить о его концентрации в веществе (количественный спектральный анализ).

В настоящей работе необходимо по линейчатому спектру ртути построить градуировочный график, определить линейную дисперсию монохроматора УМ-2 во всем диапазоне видимого спектра и построить график зависимости линейной дисперсии от длины волны.

### 3.3 Описание установки

Оптическая схема монохроматора УМ-2 приведена на рис. 3.3, а внешний вид установки на рис. 3.4.

Источником света 1 является ртутная газоразрядная лампа. С помощью конденсора 2 достигается наилучшее заполнение светом коллиматора 3-4. Маховик 12 позволяет смещать объектив коллиматора 4 относительно щели 3, чем достигается установка щели в его фокусе. На боковой стороне корпуса прибора расположена шкала с нониусом 11, показывающая положение объектива. Входная щель 3 регулируется по ширине микрометрическим винтом 13.

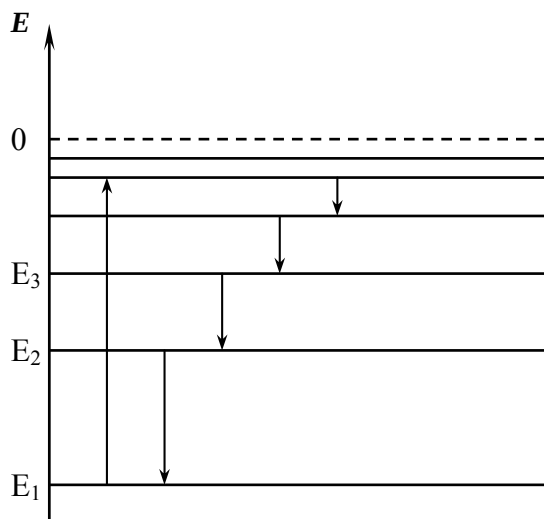


Рис. 3.2

Щель установлена. Изменять положение микрометрического винта 13 не рекомендуется.

Из объектива 4 параллельный пучок лучей направляется на систему диспергирующих призм 5, которая пространственно разделяет лучи различных длин волн и одновременно изменяет направление всего пучка на  $90^\circ$ . Затем лучи света попадают в объектив 6 зрительной трубы, который собирает их в фокальной плоскости 7. Спектр, сформированный в фокальной плоскости, наблюдается с помощью окуляра 8. В этом случае монохроматор работает как спектроскоп.

Для установки спектральной линии в поле зрения окуляра 8 имеется указатель в виде треугольника. Вывод спектральной линии на указатель производится поворотом диспергирующей призмы 5 при помощи барабана 10. Окуляр 8 путем вращения может устанавливаться по глазу наблюдателя на резкость изображения указателя. Включением тумблеров 14 указатель освещается лампочкой 9, под которой имеется диск с набором светофильтров. Поворачивая диск, можно осветить

указатель желтым, красным, зеленым, белым светом. Подсветка может регулироваться по интенсивности вращением рукоятки 15.

### 3.4. Методика проведения эксперимента и обработка результатов измерения

#### 3.4.1. Методика эксперимента

При вращении барабана 10 (см. рис. 3.4) плавно поворачивается призма монохроматора, вследствие чего спектр перемещается в поле зрения окуляра 8. Для построения градуировочного графика монохроматора УМ-2 выводят последовательно спектральные линии в спектре излучения ртутной лампы под указатель в поле зрения окуляра 8 и производят отсчет  $\alpha$  по шкале барабана 10. График зависимости значений  $\alpha$  по шкале барабана от длины волны  $\lambda$  в спектре ртути и является градуировочным графиком данного прибора. Пользуясь им, можно по значениям шкалы барабана определять длины волн в любом спектре, получаемом с по-

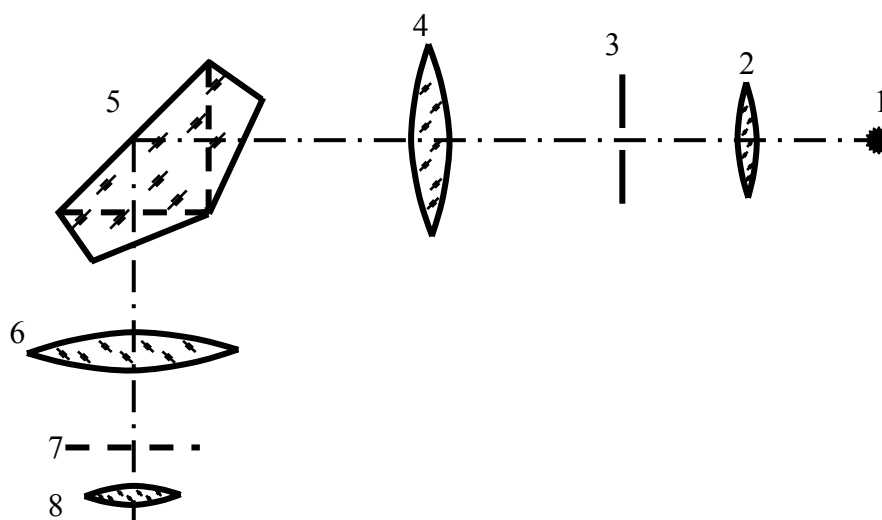


Рис. 3.3

мощью этого монохроматора. По графику определяется угловая дисперсия как тангенс угла наклона касательной к градуировочной кривой в определенных точках (соответствующих определенным значениям  $\lambda$ ) в пересчете на углы поворота призмы. Затем по формуле (3.5) вычисляют линейную дисперсию и строят график зависимости линейной дисперсии от  $\lambda$ .

#### 3.4.2. Порядок выполнения работы

- 1) Включите источник света.
- 2) Проверьте освещение входной щели 3 прибора (см. рис. 3.4) – должно быть равномерно освещено перекрестие защитной крышки. Снимите крышку.
- 3) Вращая окуляр 8, установите резкое изображение указателя линий.
- 4) Сфокусируйте спектр вращением рукоятки 12 так, чтобы различался желтый дублет.

- 5) Вращая барабан 10, просмотрите через окуляр 8 весь спектр от фиолетовых до красных линий.
- 6) Включите осветительные лампы тумблерами 14.
- 7) Совместите с острием указателя желтую линию и сделайте по шкале барабана 10 пробный отсчет, который предъявите преподавателю. Если отсчет сделан верно, то можно приступать к измерениям.

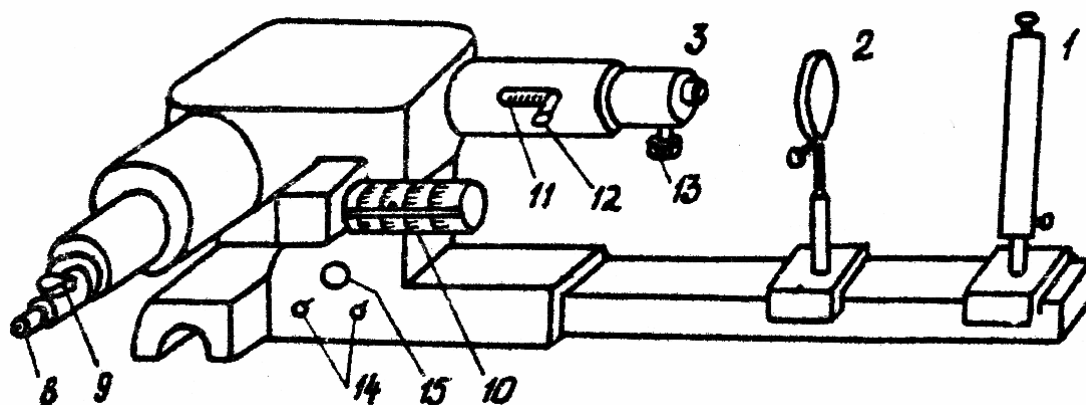


Рис. 3.4

- 8) Последовательно совмещайте с острием указателя линии спектра ртути от красной до фиолетовой и делайте отсчеты по шкале барабана монохроматора, отмечая цвет линии. (Длины волн линий в спектре ртути приведены на лабораторном столе). Затем измерения повторите в обратном порядке от фиолетовой до красной (отсчеты  $\alpha_2$ ). Результаты запишите в табл. 3.1.
- 9) Подведите к указателю спектральную линию с неизвестной длиной волны  $\lambda_x$  (по заданию преподавателя) и сделайте отсчет по барабану. Снимите отсчет  $\alpha_2$ , подводя ту же линию с другой стороны спектра. Результаты запишите в табл. 3.2 и отметьте цвет линии.

### 3.4.3. Обработка результатов измерения

#### 3.4.3.1. Построение градуировочного графика

Таблица 3.1

| Цвет линий  | Длина волны<br>$\lambda$ , нм | Отсчет по шкале барабана |            |                          |
|-------------|-------------------------------|--------------------------|------------|--------------------------|
|             |                               | $\alpha_1$               | $\alpha_2$ | $\langle \alpha \rangle$ |
| 10-13 строк |                               |                          |            |                          |

- 1) Вычислите средние значения  $\langle \alpha \rangle$  отсчета положения каждой спектральной линии.

- 2) Постройте градуировочный график монохроматора на миллиметровой бумаге. По оси ординат откладываете углы  $\langle \alpha \rangle$ , по оси абсцисс – соответствующие длины волн  $\lambda$ .

Масштаб следует выбрать так, чтобы график позволял определить длину волны с точностью до 2 нм и включал  $\lambda$  от 400 до 700 нм, т. е. всю видимую часть спектра.

### 3.4.3.2. Определение длины волны и соответствующего кванта для одной из спектральных линий спектра ртути

Таблица 3.2

| Цвет линий | $\alpha_1$ ,<br>град | $\alpha_2$ ,<br>град | $\langle \alpha \rangle$ ,<br>град | $\lambda_x$ ,<br>нм | $\nu$ ,<br>Гц | $h\nu$ ,<br>Дж |
|------------|----------------------|----------------------|------------------------------------|---------------------|---------------|----------------|
|            |                      |                      |                                    |                     |               |                |

- 1) Из градуировочного графика по  $\langle \alpha \rangle$  для линии с неизвестной длиной волны определите  $\lambda_x$ .
- 2) Используя формулу  $\lambda\nu = c$  (где  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с – скорость света в вакууме), определите частоту  $\nu$  этой линии и квант  $h\nu$ , где  $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$  Дж·с.

### 3.4.3.3. Определение линейной дисперсии монохроматора УМ-2

Таблица 3.3

| $\lambda$ ,<br>нм | $\Delta\lambda$ ,<br>нм | $\Delta\alpha$ ,<br>град | Угол поворота призмы<br>$\Delta\varphi$ |     | Линейная дисперсия $\Delta l / \Delta\lambda$ ,<br>мм/нм |
|-------------------|-------------------------|--------------------------|-----------------------------------------|-----|----------------------------------------------------------|
|                   |                         |                          | угол. сек                               | рад |                                                          |
|                   |                         |                          |                                         |     |                                                          |

- 1) Вблизи  $\lambda_1$  (напр., 415 нм) выделите участок  $\Delta\lambda$  (по заданию преподавателя) и по градуировочному графику монохроматора определите соответствующий интервал  $\Delta\alpha$ .
- 2) Выразите угол поворота призмы  $\Delta\varphi$  для данного  $\Delta\lambda$  по значению  $\Delta\alpha$ , учитывая цену деления барабана:  $2^\circ$  по барабану соответствует  $20''$  поворота призмы. Найдите  $\Delta\varphi$  в радианах ( $1'' = 4,85 \cdot 10^{-6}$  рад).
- 3) Рассчитайте линейную дисперсию по формуле

$$\frac{\Delta l}{\Delta\lambda} = f_2 \frac{\Delta\varphi}{\Delta\lambda}$$

где  $f_2 = 280$  мм.

- 4) Определите линейную дисперсию по пп. 1-3 для следующих участков спектра: 415, 450, 500, 550, 600, 650 нм.
- 5) По полученным данным табл. 3.3 постройте график зависимости линейной дисперсии от длины волны.

### 3.5. Перечень контрольных вопросов

- 1) Назовите основные части спектрального прибора. Каково их назначение?
- 2) Что представляет собой линейчатый спектр? Объясните его происхождение.
- 3) Как используется линейчатый спектр при спектральном анализе?
- 4) Что такое градуировочный график монохроматора? Для чего его можно использовать?
- 5) Что такое угловая и линейная дисперсии спектрального прибора? Какая связь между ними?
- 6) Как отражается значение линейной дисперсии на протяженности отдельных участков спектра?

### СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- 1) Савельев И. В. Курс общей физики. т.2.– М.: Наука, 1982. §130.
- 2) Савельев И. В. Курс общей физики. т.3.– М.: Наука, 1982. §12, 15.
- 3) Детлаф А. А., Яворский Б. Д. Курс физики.– М.: Высшая школа. §33.4, 38.4.
- 4) Трофимова Т. И. Курс физики.– М.: Высшая школа, 1998.– §186, 209.

## 4. ИЗУЧЕНИЕ СПЕКТРА ИСПУСКАНИЯ ВОДОРОДА

### 4.1. Цель работы

Исследовать спектр испускания атомов водорода в видимой области. Экспериментально определить постоянную Ридберга и массу электрона.

### 4.2. Содержание работы

#### 4.2.1. Линейчатые спектры атомов

Спектры испускания невзаимодействующих друг с другом атомов имеют дискретный характер, т.е. состоят из более или менее узких спектральных линий. Такие спектры называются линейчатыми.

Спектральные линии образуют группы - так называемые серии. Наиболее простой линейчатый спектр даёт атомарный водород. Спектр водорода состоит из нескольких серий:

серии **Лаймана** в ультрафиолетовой области,  
серии **Бальмера** в видимой и ближней ультрафиолетовой областях,  
серий **Пашена, Брэкета и Пфунда** в инфракрасной области спектра.  
На рис. 4.1 представлена схема линий серии Бальмера для водорода.



$H_\alpha$                        $H_\beta$                        $H_\gamma$   $H_\delta$  ...  $H_\epsilon$   
Рис. 4.1

Линии серии Бальмера обозначаются символами  $H_\alpha$ ,  $H_\beta$ ,  $H_\gamma$ ,  $H_\delta$  ... .

Длины волн (и соответственно, частоты) спектральных линий водорода подчиняются определённым закономерностям, выраженным формулой Бальмера:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right), \quad (4.1)$$

где  $R$  - постоянная Ридберга, названная в честь шведского ученого, который определил её значение опытным путем;  $n_2$  и  $n_1$  - целые числа, причём  $n_2$  имеет в каждой серии постоянное значение, а  $n_1$  - принимает ряд целых значений, начинающихся с числа, на единицу большего  $n_2$ .

Для серии Лаймана  $n_2 = 1$ ,  $n_1 = 2, 3, 4$  и т.д.

Для серии Бальмера  $n_2 = 2$ ,  $n_1 = 3, 4, 5$  и т.д.

В соответствии с этим длины волн спектральных линий серии Бальмера определяются по формуле:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right), \quad \text{где } n_1 = 3, 4, 5, \dots \quad (4.2)$$

Максимальная частота (минимальная длина волны) при  $n_1 = \infty$  называется **границей серии**.

Наличие множества спектральных линий указывает на сложность внутренней структуры атомов.

#### 4.2.2. «Водородоподобные атомы» в классической механике

В 1911 году английским ученым Резерфордом была предложена теория строения атома любого химического элемента. Согласно этой теории атом состоит из положительно заряженного ядра и движущихся вокруг ядра отрицательных электронов. Суммарный заряд электронов по абсолютной величине равен заряду ядра, так что атом в целом нейтрален. Ядро занимает ничтожную часть объёма атома, но в нём сосредоточена почти вся масса атома.

Рассмотрим атом водорода и «водородоподобные атомы», т.е. ионы, состоящие из ядра с зарядом  $+Ze$  ( $Z$  - порядковый номер атома в таблице Менделеева) и только одного обращающегося вокруг ядра электрона.

Второй закон Ньютона для электрона, движущегося в поле ядра под действием кулоновской силы, имеет вид

$$\frac{m_e v^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r^2}, \quad (4.3)$$

где  $m_e$  - масса электрона,  $v$  - скорость движения электрона по орбите,  $r$  - радиус орбиты,  $\epsilon_0$  - электрическая постоянная,  $1/4\pi\epsilon_0$  - коэффициент для согласования величин в СИ,  $Z$  - порядковый номер элемента в таблице Менделеева,  $Ze$  - заряд ядра.

Отсюда кинетическая энергия электрона в атоме

$$W = \frac{m_e v^2}{2} = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r}. \quad (4.4)$$

С другой стороны, электрон в электрическом поле ядра обладает потенциальной энергией  $U$ . Принято считать, что потенциальная энергия свободного электрона (вырванного из атома), равна нулю, тогда в пределах атома  $U < 0$ , или

$$U = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}. \quad (4.5)$$

Полная энергия электрона выразится суммой его кинетической и потенциальной энергий, т.е.

$$E = W + U, \quad \text{или} \\ E = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r} = -\frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r} \quad (4.6)$$

Из классической электромагнитной теории следует, что движущийся с ускорением по орбите электрон должен излучать электромагнитные волны. Из-за потери энергии на излучение радиус его орбиты должен непрерывно уменьшаться (формула 4.6), и, в конце концов, электрон должен упасть на ядро, то есть атом перестанет существовать. В действительности атом является устойчивой системой. Это одно из основных противоречий классической теории.

Другое противоречие этой теории состоит в том, что с уменьшением радиуса орбиты линейная скорость электрона должна возрасти (формула 4.4), т.е. частота обращения электрона должна увеличиваться. Если считать, что частота обращения, следовательно, и частота излучения электрона, непрерывно растёт, то спектры атомов должны быть сплошными.

В действительности, как уже было сказано, спектры невзаимодействующих атомов имеют линейчатый характер. Это указывает на то, что процессам внутри атомов свойственна прерывность или дискретность.

#### 4.2.3. Теория строения атома по Бору

Теоретическое объяснение спектральных закономерностей было впервые дано в полуклассической теории Бора. Нильс Бор, используя планетарную модель атома Резерфорда и основываясь на дискретном характере излучения и квантовой гипотезе Планка, сформулировал следующие постулаты:

##### **Первый постулат Бора (постулат стационарных состояний):**

В атоме существуют стационарные (не изменяющиеся со временем) состояния, в которых он не излучает энергию.

Стационарным состояниям атома соответствуют стационарные орбиты, по которым движутся электроны.

**Правило квантования орбит Бора** утверждает, что в стационарном состоянии атома электрон, двигаясь по круговой орбите, должен иметь квантованные значения момента импульса, то есть удовлетворяющие условию:

$$L_n = m_e v r = n \hbar = n h / 2\pi, \quad (4.7)$$

где  $m_e$  - масса электрона,

$v$  - скорость движения электрона по орбите,

$r$  - радиус орбиты,

$n$  - целое число,  $n = 1, 2, \dots$ ,

$\hbar$  - постоянная Планка,  $\hbar = h/2\pi$ .

**Второй постулат Бора (правило частот)** устанавливает, что при переходе атома из одного стационарного состояния в другое испускается или поглощается один фотон.

Энергия фотона равна разности энергий тех стационарных состояний, между которыми совершается квантовый переход:

$$h\nu = \hbar\omega = E_{n2} - E_{n1}, \quad (4.8)$$

где  $\omega = 2\pi\nu$  - круговая частота фотона.

При  $E_{n2} > E_{n1}$  происходит поглощение фотона,

при  $E_{n2} < E_{n1}$  - излучение его.

Хотя постулаты Бора и противоречат классической физике, но определение радиуса орбиты электрона и его энергии на этой орбите ведется методом классической физики. Именно поэтому теорию Бора называют полуклассической.

Решая совместно уравнение движения электрона в поле атомного ядра (4.3) и уравнение (4.7), выражающее правило квантования орбит, (исключая из них  $v$ ) получим выражение для радиусов орбит стационарных состояний:

$$r_n = \frac{h^2 n^2 \varepsilon_0}{\pi m_e Z e^2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots). \quad (4.9)$$

Радиус первой орбиты электрона в атоме водорода называется боровским радиусом (боровский радиус принято обозначать символом  $r_0$  или  $a_0$ ). Его значение равно

$$a_0 = \frac{h^2 \varepsilon_0}{\pi m_e e^2} = 0,529 \cdot 10^{-10} \text{ м}. \quad (4.10)$$

Внутренняя энергия атома складывается из кинетической энергии электрона (ядро считаем неподвижным) и энергии взаимодействия электрона с ядром и определяется выражением (4.6). Подставив в (4.6) выражение (4.9) для  $r$ , найдём допустимые значения внутренней энергии атома:

$$E_n = -\frac{m_e Z^2 e^4}{8 \varepsilon_0^2 n^2 h^2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots). \quad (4.11)$$

Совокупность значений энергии стационарных состояний атома  $E_1, E_2, E_3, \dots$  образует энергетический спектр атома. Каждое значение энергии в нём называется уровнем энергии. Низший уровень  $E_1$  называется основным, а все остальные – возбуждёнными.

Зависимость энергии атома от  $n$  можно показать на диаграмме энергетических уровней, где по одной из осей отложены значения энергии  $E_n$  (рис. 4.2). Энергетический уровень – условное обозначение горизонтальной линией соответствующего значения  $E_n$ . Изменения энергии электрона при переходе между состояниями символически изображены на диаграмме стрелками, проведенными из начального состояния в конечное.

Переходу электрона с уровня  $n_1$  на уровень  $n_2$  соответствует поглощение ( $n_2 > n_1$ ) или излучение ( $n_2 < n_1$ ) фотона с частотой

$$\nu = \frac{E_{n_2} - E_{n_1}}{h} = \frac{m_e e^4}{8 \varepsilon_0^2 h^3} \left( \frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right). \quad (4.12)$$

Или, учитывая что  $\nu = c/\lambda$ , получим формулу Бальмера

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right), \quad (4.13)$$

где  $R$  - постоянная Ридберга:

$$R = \frac{m_e e^4}{8 \varepsilon_0^2 h^3 c}. \quad (4.14)$$

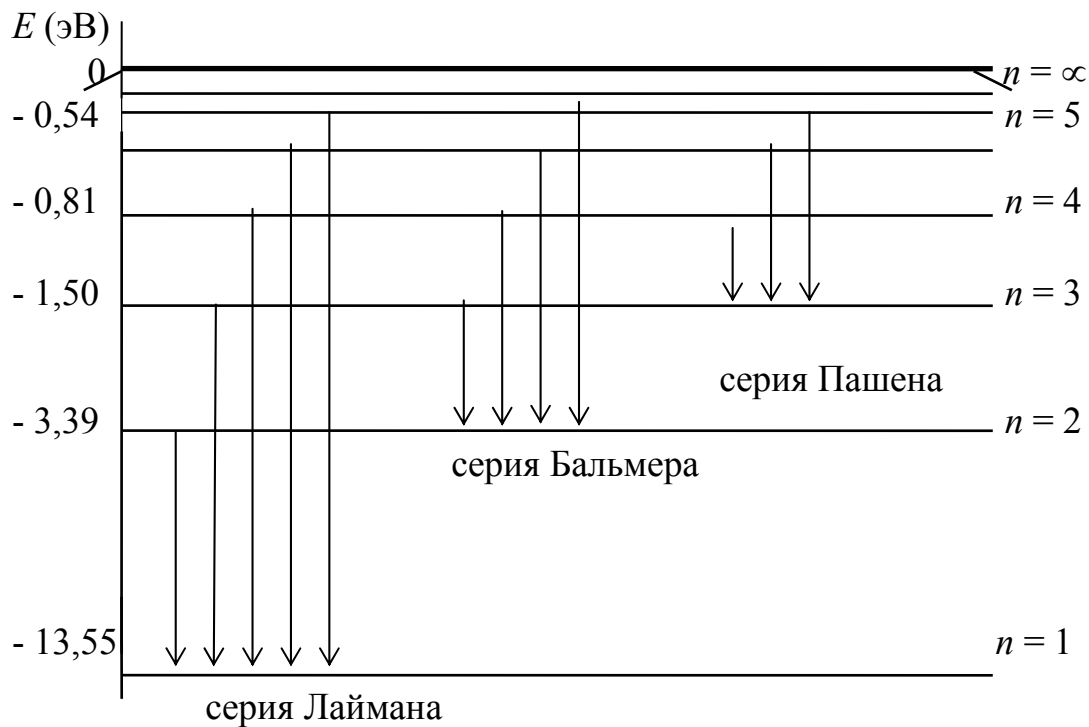


Рис. 4.2

Если определяют длину волны (формула 4.13), то численное значение постоянной Ридберга  $R = 1,09737 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$ .

Если определяют частоту  $\nu = c/\lambda$ :

$$\nu = R' \left( \frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right), \quad (4.15)$$

где  $R' = 3,28985 \cdot 10^{15} \text{ Гц}$  ( $R' = R \cdot c$ ,  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ ).

Если определяют круговую частоту  $\omega = 2\pi\nu$ :

$$\omega = R'' \left( \frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right), \quad (4.16)$$

где  $R'' = 2\pi R' = 2,07 \cdot 10^{16} \text{ с}^{-1}$ .

Вычисленное по формуле (4.14) и экспериментальное значение постоянной Ридберга совпадают. Таким образом, планетарная модель атома и теория Бора дают хорошие результаты в случае атома водорода. Однако спектральные закономерности более сложных атомов ( $Z > 1$ ) теория Бора объяснить не может.

Наиболее полное и точное решение задачи о спектральных закономерностях даёт **квантовая механика**.

#### 4.2.4. «Водородоподобные атомы» в квантовой механике

Значения энергии атома  $E_n$  получают при решении стационарного уравнения Шрёдингера для движения электрона в кулоновском поле ядра с зарядом  $Ze$ :

$$\Delta^2 \Psi + \frac{2m_e}{\hbar^2} \left( E + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r} \right) = 0, \quad (4.17)$$

где  $\nabla^2$  - оператор Лапласа,  $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ .

Волновая функция  $\Psi$  (пси-функция), характеризует состояние микрочастицы.

Квадрат модуля волновой функции даёт **плотность вероятности** (вероятность, отнесённую к единице объёма) нахождения частицы в соответствующем месте пространства:

$$|\Psi|^2 = dP/dV, \quad (4.18)$$

где  $dP$  - вероятность того, что частица будет обнаружена в пределах объёма  $dV$ .

По квантовой теории боровские орбиты электрона представляют собой геометрическое место точек, в которых с наибольшей вероятностью может быть обнаружен электрон.

По теории Бора вероятность обнаружить электрон в состоянии с  $n = 1$  отлична от нуля для  $r = a_0$ .

Согласно же квантовой механике, эта вероятность лишь достигает максимума при  $r = a_0$ , но она отлична от нуля во всём пространстве. На рис. 4.3 сопоставлены вероятности обнаружить электрон на различных расстояниях от ядра по теории Бора и по квантовой механике.

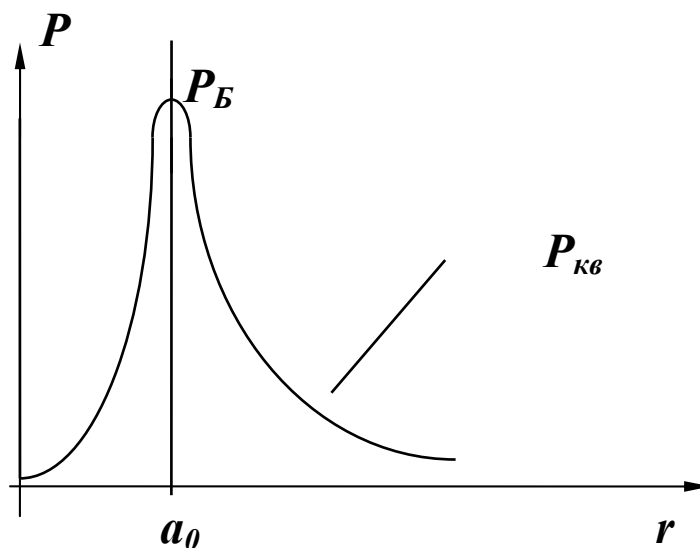


Рис. 4.3

Уравнение (4.17) имеет решения в следующих случаях:

- 1) при любых положительных энергиях  $E$ ;
- 2) при дискретных отрицательных значениях энергии, равных

$$E_n = -\frac{m_e Z^2 e^4}{8\varepsilon_0^2 n^2 h} \quad (n = 1, 2, 3, \dots). \quad (4.19)$$

Случай  $E > 0$  соответствует свободному электрону, пролетающему вблизи ядра и удаляющемуся снова на бесконечность.

Случай  $E < 0$  соответствует электрону, связанному с ядром.

Значения энергии (4.19) называются собственными, волновые функции  $\Psi$ , соответствующие этим значениям энергии, также называются собственными.

Сравнение с выражением (4.11) показывает, что квантовая механика приводит к таким же значениям энергии водородного атома, какие получались в теории Бора. Однако в квантовой механике эти значения получаются как следствие основных положений этой науки. Бору же для получения такого результата пришлось вводить дополнительные предположения (постулаты).

Следует также отметить, что с возрастанием  $n$  соседние уровни энергии атома сближаются, и при  $n \rightarrow \infty$  расстояние между ними стремится к нулю, дискретность энергетического спектра становится всё менее заметной. Поэтому можно ожидать, что в таком случае квантовая система будет вести себя как классическая. Это положение было сформулировано Бором и названо им **принципом соответствия**.

В соответствии с этим принципом для очень больших круговых орбит электрона, т.е. когда  $n \rightarrow \infty$ , полная энергия электрона становится непрерывной величиной. Принцип соответствия также позволяет объяснить сходство выражений для энергии, полученных классическим и квантово-механическим способом.

Из квантовой механики следует, что собственные функции  $\Psi$  уравнения Шрёдингера для атома водорода содержат три целочисленных параметра:  $n$ ,  $l$ ,  $m$ . Каждое  $\Psi_{n, l, m}$  определяет одно квантовое состояние.

Параметр  $n$  называется **главным квантовым числом** и определяет энергию атома;  $l$  - **орбитальное квантовое число**, определяет момент импульса атома;  $m$  - **магнитное квантовое число**, определяет проекцию момента импульса на некоторое выбранное направление. Эти квантовые числа связаны следующими соотношениями: при заданном главном квантовом числе  $n$  орбитальное квантовое число может иметь одно из следующих значений  $l = 0, 1, 2, \dots, n-1$ , т.е. всего  $n$  значений. При данном  $l$  магнитное квантовое число может принимать значения:  $m = -l, -(l-1), \dots, -1, 0, +1, \dots, (l-1), l$ , т.е. всего  $(2l+1)$  различных значений. Таким образом, число возможных различных состояний водородоподобного атома, соответствующих определённому значению  $n$ , равно

$$\sum_{\ell=0}^{n-1} (2\ell+1) = n^2. \quad (4.20)$$

Поскольку энергия водородного атома не зависит от квантового числа  $l$ , все эти состояния имеют одинаковую энергию, если определённому уровню энергии соответствует больше, чем одно состояние, говорят, что **уровень вырожден**. Следовательно, уровни водородоподобного атома имеют вырождение кратности  $n^2$ .

Для различных значений орбитального квантового числа  $l$  используются буквенные обозначения:

состояние электрона с  $l = 0$  обозначается  $s$ -состоянием;

состояние электрона с  $l = 1$  –  $p$ -состоянием;

состояние электрона с  $l = 2$  –  $d$ -состоянием;  $l = 3$  –  $f$ -состоянием.

Значение главного квантового числа указывается перед условным обозначением состояния электрона, например, состояние электрона с  $n = 3$  и  $l = 1$  обозначается символом  $3p$ .

В квантовой механике доказано и экспериментально подтверждено, что для орбитального квантового числа  $l$  существует правило отбора:

$$\Delta l = \pm 1. \quad (4.21)$$

Это означает, что возможны только такие переходы с излучением, при которых  $l$  изменяется на единицу.

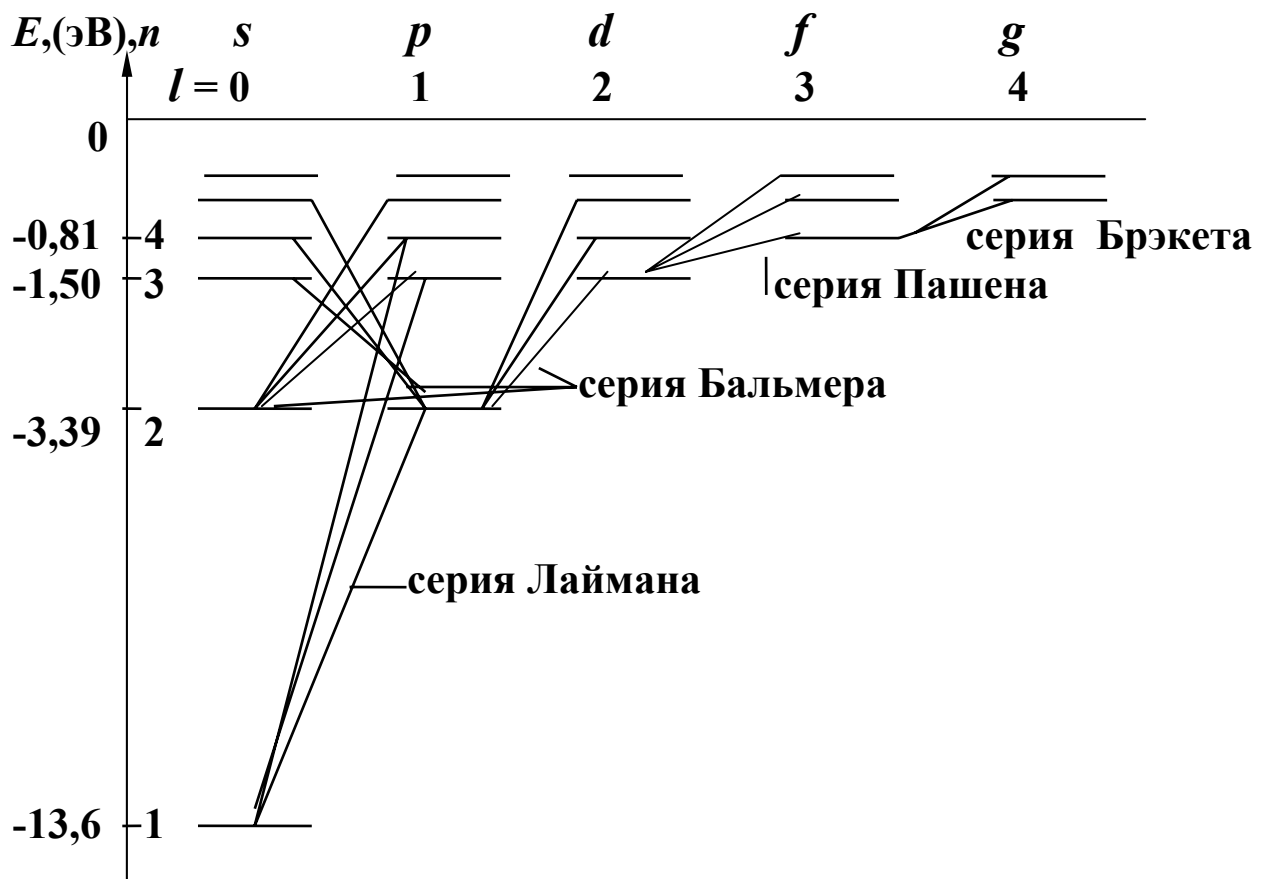
В соответствии с изложенным возможные энергетические состояния и излучательные переходы атома водорода могут быть представлены схемой, показанной на рис. 4.4.

Пользуясь условными обозначениями состояний электрона, переходы, приводящие к возникновению серии Лаймана, можно записать в виде:

$$np \rightarrow 1s \quad (n = 2, 3, \dots);$$

серии Бальмера соответствуют переходы

$$np \rightarrow 2s, ns \rightarrow 2p, nd \rightarrow 2p \quad (n = 3, 4, \dots).$$



В настоящей работе изучается видимая область серии Бальмера, первые три линии которой имеют длины волн, соответствующие красному, сине-зелёному и сине-фиолетовому цвету. Определяя экспериментально длины волн в спектре водорода, вычисляют по формуле (4.2) постоянную Ридберга  $R$ , а по формуле (4.14) – массу электрона.

#### 4.3. Описание лабораторной установки

Установка для наблюдения спектра состоит из источника света, конденсора и монохроматора УМ-2, который в данной работе используется как спектроскоп. Источниками света являются ртутная лампа и водородная трубка, возбуждение атомов в которых происходит с помощью газового разряда, возникающего при высоком напряжении. Для питания ртутной лампы служит блок питания, подключаемый к сети. Высоковольтное напряжение на водородную трубку подается со вторичной обмотки катушки Румкорфа, работающей в режиме повышающего трансформатора.

Оптическая схема монохроматора УМ-2, описание его работы и внешний вид установки приведены в описании лабораторной работы № 3 (см. настоящий сборник).

#### 4.4. Методика проведения эксперимента и обработка результатов измерения

##### 4.4.1. Методика эксперимента

Чтобы использовать монохроматор для изучения спектров, необходимо его градуировать, т.е. поставить в соответствие делениям  $\alpha$  на барабане длины волн эталонных спектральных линий. В качестве эталонного спектра в работе используется спектр ртути, состоящий из большого числа ярких линий, длины волн которых известны.

На основании полученных для спектра ртути данных строят градуировочный график. По этому графику определяются длины волн трёх линий в спектре водорода по значениям угла  $\alpha$  шкалы барабана, соответствующих положению каждой из этих линий.

##### 4.4.2. Порядок выполнения работы

1) Включите ртутную лампу с помощью тумблеров “сеть”, “лампа ДРШ” и последующего нажатия кнопки “пуск” на блоке питания.

2) Вращая барабан монохроматора, и наблюдая через окуляр зрительной трубы спектрокопа, отождествите наблюдаемый спектр с участком спектра ртути, изображенным на рисунке на лабораторном столе.

При вращении барабана необходимо следить за тем, чтобы указатель делений барабана не перескакивал из одной бороздки барабана в другую.

3) Вращая барабан, подвести указатель (в поле зрения окуляра) к первой красной линии (690,7 нм), затем поочередно к другим линиям. Положение каждой линии определяется по показаниям на шкале барабана и записывается в таблицу 4.1.

Следует помнить, что ртутная лампа зажигается только в холодном состоянии, поэтому прежде, чем погасить её, покажите результаты преподавателю.

Таблица 4.1

Градуировка монохроматора

| Цвет линий в спектре ртути | $\lambda$ , нм | $\alpha$ , делений |
|----------------------------|----------------|--------------------|
| красный                    | 690,7          |                    |
| красный                    | 671,0          |                    |
| оранжевый                  | 623,4          |                    |
| жёлтый                     | 579,0          |                    |
| жёлтый                     | 576,9          |                    |
| зелёный                    | 546,0          |                    |
| голубой                    | 491,6          |                    |
| сине-фиолетовый            | 435,8          |                    |
| Фиолетовый                 | 407,8          |                    |
| Фиолетовый                 | 404,7          |                    |

4) Выключите ртутную лампу с помощью тумблеров “ДРШ” и “СЕТЬ”. Уберите ртутную лампу с оптической скамьи.

5) Установите водородную трубку, включите её нажатием кнопки на столе и не отпускайте в течение времени наблюдения спектра водорода.

Таблица 4.2

Определение постоянной Ридберга и массы электрона

| Цвет линии в спектре водорода | $\alpha$ , делений | $\lambda$ , нм | $R$ , м <sup>-1</sup> | $\langle R \rangle$ , м <sup>-1</sup> | $m$ , кг |
|-------------------------------|--------------------|----------------|-----------------------|---------------------------------------|----------|
| красный                       |                    |                |                       |                                       |          |
| сине-зелёный                  |                    |                |                       |                                       |          |
| сине-фиолетовый               |                    |                |                       |                                       |          |

6) Выведите в поле зрения последовательно три наиболее интенсивные линии серии Бальмера - красную, сине-зелёную и сине-фиолетовую. Произведите отсчёты  $\alpha$  на барабане монохроматора для этих линий. Результаты занесите в таблицу 4.2.

#### 4.4.3. Обработка результатов измерений

1) По данным измерений  $\alpha$  для спектральных линий ртути постройте на миллиметровой бумаге градуировочный график монохроматора (зависимость  $\alpha$

от длины световой волны  $\lambda$ ), откладывая по оси ординат деления барабана  $\alpha$ , а по оси абсцисс - соответствующие длины волн  $\lambda$  (в нм). За начало оси абсцисс при этом удобно взять  $\lambda = 400$  нм.

Критерием правильности построения графика является его плавность и отсутствие изломов и перегибов.

2) По градуировочной кривой определите длины волн трёх спектральных линий водорода. Результаты запишите в таблицу 4.2.

3) Вычислите постоянную Ридберга по формуле (4.2) для каждой из трёх спектральных линий водорода.

4) Вычислите среднее значение постоянной Ридберга  $\langle R \rangle$ .

5) Используя полученное среднее значение постоянной Ридберга, вычислите массу электрона  $m$  по формуле (4.14) ( $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$  Дж·с,  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с,  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м,  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл).

Результаты вычислений  $R$ ,  $\langle R \rangle$  и  $m$  занесите в таблицу 4.2.

#### 4.5. Контрольные вопросы

- 1) Что называется спектром?
- 2) Объясните происхождение линейчатых спектров атомов.
- 3) Какие закономерности наблюдаются в спектре атомарного водорода?
- 4) Как определяется первая линия и граница каждой серии?
- 5) Сформулируйте постулаты Бора.
- 6) Выведите формулы для радиуса орбиты электрона и энергии электрона на орбите.
- 7) В чем состоит принцип соответствия Бора?
- 8) Каков физический смысл квантовых чисел?
- 9) Объясните различия в схемах энергетических состояний с точки зрения классической теории и квантовой механики.
- 10) Какие состояния называются вырожденными?
- 11) Какой серии соответствуют переход  $nd \rightarrow 2p$ ? С помощью условных обозначений состояний электрона запишите переходы, соответствующие сериям Лаймана, Бальмера, Пашена, ...
- 12) Что значит: проградировать монохроматор?

#### СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.

1. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики. М.: Высшая школа, 1989. - стр. 431 - 434; 444 - 452; 455 - 458.
2. Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Высшая школа, 1990. - стр. 334 - 340; 358 - 362.
3. Савельев И.В. Курс общей физики. В 3-х т. - Т.3. - М.: Наука, 1987. - стр. 46 - 61; 72 - 81; 93 - 99.

## 5. ИЗУЧЕНИЕ ДУБЛЕТНОЙ СТРУКТУРЫ СПЕКТРОВ ЩЕЛОЧНЫХ МЕТАЛЛОВ

### 5.1. Цель работы

Построение контуров дублетов спектральных линий щелочных металлов и изучение зависимости величины дублетного расщепления от заряда ядра атома.

### 5.2. Содержание работы

Спектры атомов щелочных металлов (Li, Na, K, Rb, Cs), подобно спектру водорода, состоят из нескольких серий линий. Наиболее интенсивные из них получили названия: главная, резкая, диффузная и основная [1].

Атомы щелочных металлов имеют один внешний (валентный) электрон, и их спектры испускаются при переходах этого электрона с одного уровня на другой. Линии серий атома Na можно представить как переходы между энергетическими уровнями, изображенными на рис. 5.1. Энергетические уровни  $E_{n\ell}$  атома щелочного металла с большой степенью точности описывают с помощью эмпирической формулы

$$E_{n\ell} = \frac{R\hbar}{(n + \alpha)^2}, \quad (5.1)$$

где  $R = 2,07 \cdot 10^{16}$  рад/с - постоянная Ридберга;

$\hbar = h/2\pi$  - постоянная Планка;

$n$  - главное квантовое число;

$\alpha$  - ридберговская поправка, зависящая от орбитального квантового числа  $l$ .

Как видно из формулы (5.1), энергия уровня оказывается зависящей кроме главного квантового числа  $n$  также от значения  $l$ , характеризующего орбитальный момент импульса электрона  $M_l$ :

$$M_l = \sqrt{l(l+1)} \cdot \hbar. \quad (5.2)$$

Предположения о зависимости энергии валентного электрона щелочных атомов от квантового числа  $l$  подтверждаются квантово-механическими расчетами. В этих атомах валентный электрон движется в усредненном поле ядра и остальных электронов (в поле атомного остова). Такое поле уже не будет кулоновским (зависящим от  $r^2$ ), но все же обладает центральной симметрией (зависит только от  $r$ ). Т.к. степень проникновения электрона вглубь атома различна для разных атомов, то влияние заряда ядра на валентный электрон будет в большей или меньшей степени экранироваться другими электронами. Ввиду этого эффективный заряд, действующий на валентный электрон, не будет постоянным. Вместе с тем, поскольку электроны движутся в атоме с огромными скоростями, усредненное по времени поле можно считать центрально-симметричным. Решение уравнения Шредингера для электрона, движущегося в центрально-симметричном некулоновском поле, дает результат соответствующий формуле (5.1). В этом случае

уровни с разным значением  $l$  оказываются различными (снимается вырождение по  $l$ ). Отличие в энергии между состояниями с различными  $l$  и одинаковыми  $n$  вообще не так велико, как между состояниями с различными  $n$ .

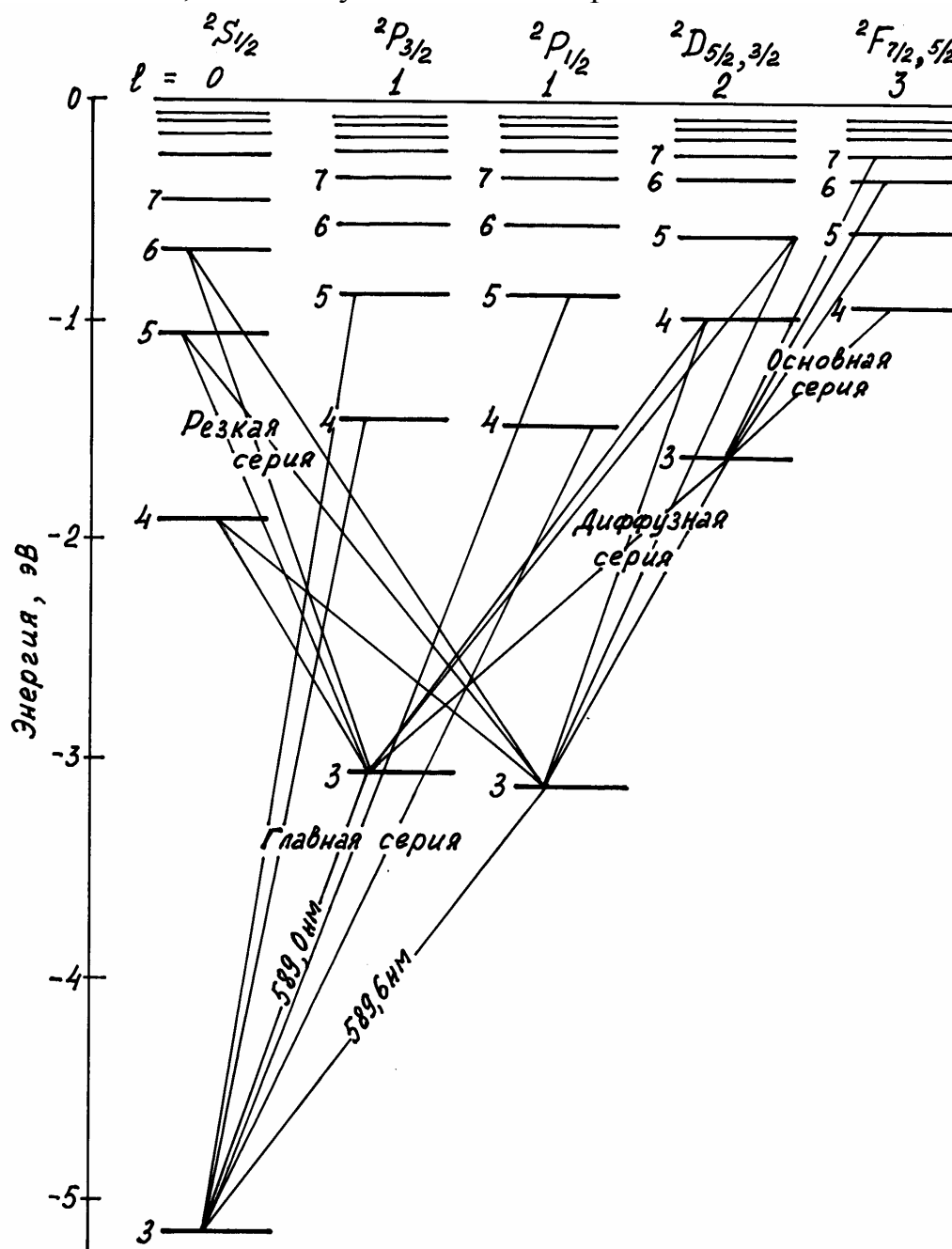


Рис. 5.1

При возрастании зарядового числа  $Z$  у ядер атомов щелочных металлов (от Li к Cs) изменяется поведение валентного электрона вблизи атомного остова и его орбитальный момент импульса  $M_l$ , что приводит к изменению энергии уровней этих атомов. Это можно представить изменением ридберговской поправки  $\alpha$  в формуле (5.1). Она имеет постоянное значение для данного ряда уровней. Для разных щелочных металлов значения  $\alpha$  различны. Так, для Na эти значения равны: для уровней с  $l = 0$  (S - уровни)  $-\alpha_S = -1,35$ ; для уровней с  $l = 1$  (P - уровни)

$-\alpha_P = 0,87$ ; для уровней с  $l = 2$  ( $D$  - уровни)  $-\alpha_D = -0,01$ ; для Cs эти поправки будут значительно больше по абсолютной величине: например,  $-\alpha_S = -4,13$  и т.д.

Исследование спектров щелочных металлов при помощи приборов с большой разрешающей силой показало, что каждая линия этих спектров является двойной (дублет). Так, например, характерная для натрия желтая линия состоит из двух линий с длинами волн 589,0 и 589,6 нм. То же относится и к другим линиям серий спектров щелочных металлов.

Структура спектра, отражающая расщепление линий на компоненты называется тонкой структурой. Эта структура линий (также называемая мультиплетным расщеплением), очевидно, обеспечена расщеплением энергетических уровней. Для объяснения расщепления уровней Гаудсмит и Уленбек выдвинули в 1925 г. гипотезу о том, что электрон обладает собственным моментом импульса  $M_S$ , не связанным с движением электрона в пространстве. Этот момент был назван спином [1 - 3].

Предположение о спине электрона было подтверждено большим количеством опытных фактов и должно считаться совершенно доказанным. Оказалось также, что наличие спина и все его свойства вытекают из установленного Дираком уравнения квантовой механики, удовлетворяющего требованиям теории относительности. Таким образом, выяснилось, что спин электрона является свойством одновременно квантовым и релятивистским.

Величина собственного момента импульса электрона  $M_S$  определяется по общим законам квантовой механики, так называемым спиновым квантовым числом  $s$ , равным  $1/2$ :

$$M_S = \hbar\sqrt{s(s+1)} = \hbar\sqrt{3}/2. \quad (5.3)$$

Рассмотрим на примере атома натрия, как существование спина электрона может объяснить мультиплетную структуру спектра. Поскольку момент импульса атомного остова равен нулю, момент атома натрия равен моменту внешнего электрона. Момент же электрона будет складываться из двух моментов: орбитального  $M_l$  и спинowego  $M_S$ . Векторная сумма этих двух моментов дает полный момент импульса валентного электрона.

С механическими моментами  $M_l$  и  $M_S$  связаны магнитные моменты, которые взаимодействуют друг с другом подобно тому, как взаимодействуют две магнитные стрелки. Энергия этого взаимодействия (называемого спин-орбитальным взаимодействием) зависит от взаимной ориентации орбитального и собственного моментов. Это приводит к состояниям с различными значениями полного квантового числа  $j = l \pm s$  т.е.  $j = l \pm 1/2$ .

Таким образом, каждый энергетический уровень ряда  $P(l=1)$  расщепляется на два, соответствующих  $j = 1/2$  ( $^2P_{1/2}$ ) и  $j = 3/2$  ( $^2P_{3/2}$ ), каждый уровень ряда  $D(l=2)$  - на уровни с  $j = 3/2$  ( $^2D_{3/2}$ ) и  $j = 5/2$  ( $^2D_{5/2}$ ) и т.д. Уровни же ряда  $S(l=0)$  не расщепляются ( $j = 1/2$  -  $^2S_{1/2}$ ).

При возрастании заряда  $Z$  ядра атома щелочного металла изменяется расстояние до валентного электрона и вид поля атомного остова, и при этом возрастает энергия спин-орбитального взаимодействия. Поэтому при возрастании  $Z$  ядра в системе энергетических уровней атомов щелочных металлов происходит увеличение расщепления уровней на подуровни с различными  $j$ . Так, величина дублетного расщепления уровней  $^2P_{3/2}$  и  $^2P_{1/2}$  для Na в 50 раз больше, чем для Li, а для Cs уже в 1650 раз больше, чем для Li.

В соответствии с ростом расщепления уровней при возрастании заряда ядра возрастает и дублетное расщепление спектральных линий, т.е. возрастает расстояние между двумя линиями - компонентами дублета.

В настоящей работе изучается дублетная структура линий главной серии в спектрах атомов щелочных металлов (Li, Na, K, Cs) с разным зарядовым числом  $Z$ .

Изменение величины дублетного расщепления спектральных линий с возрастанием заряда ядра можно установить, измеряя расстояние между компонентами дублетов главных серий в спектрах щелочных металлов. Для подобных измерений в работе строятся контуры спектральных дублетов указанных элементов. Длины волн этих дублетов приведены в табл. 5.1.

Таблица 5.1

| Элемент | Серия   | Переход                   | Длина волны, нм |
|---------|---------|---------------------------|-----------------|
| Li      | главная | $2^2S_{1/2} - 3^2P_{3/2}$ | 323,260         |
|         |         | $2^2S_{1/2} - 3^2P_{1/2}$ | 323,263         |
| Na      | главная | $3^2S_{1/2} - 4^2P_{3/2}$ | 330,232         |
|         |         | $3^2S_{1/2} - 4^2P_{1/2}$ | 330,298         |
| K       | главная | $4^2S_{1/2} - 5^2P_{3/2}$ | 404,414         |
|         |         | $4^2S_{1/2} - 5^2P_{1/2}$ | 404,720         |
| Cs      | главная | $6^2S_{1/2} - 7^2P_{3/2}$ | 455,535         |
|         |         | $6^2S_{1/2} - 7^2P_{1/2}$ | 459,317         |

### 5.3 Описание лабораторной установки

Используемая в работе установка состоит из микрофотометра МФ-2 и обработанной фотопластинки, укрепленной на столике прибора. На фотопластинке зарегистрированы спектр смеси солей щелочных металлов (слабоструктурированный спектр) и спектр железа (многолинейчатый спектр), служащий для ориентирования по спектрограмме. Спектр смеси солей щелочных металлов сфотографирован через девятиступенчатый ослабитель интенсивности света. Этот спектр используется для построения контуров излучаемых линий в случае неудовлетворительных почернений этих линий в обычном спектре. Линии элементов, используемые для измерений, отмечены над спектрами смеси символами и царапинами.

Оптическая схема и внешний вид микрофотометра МФ-2 представлены на рис. 5.2 и 5.3.

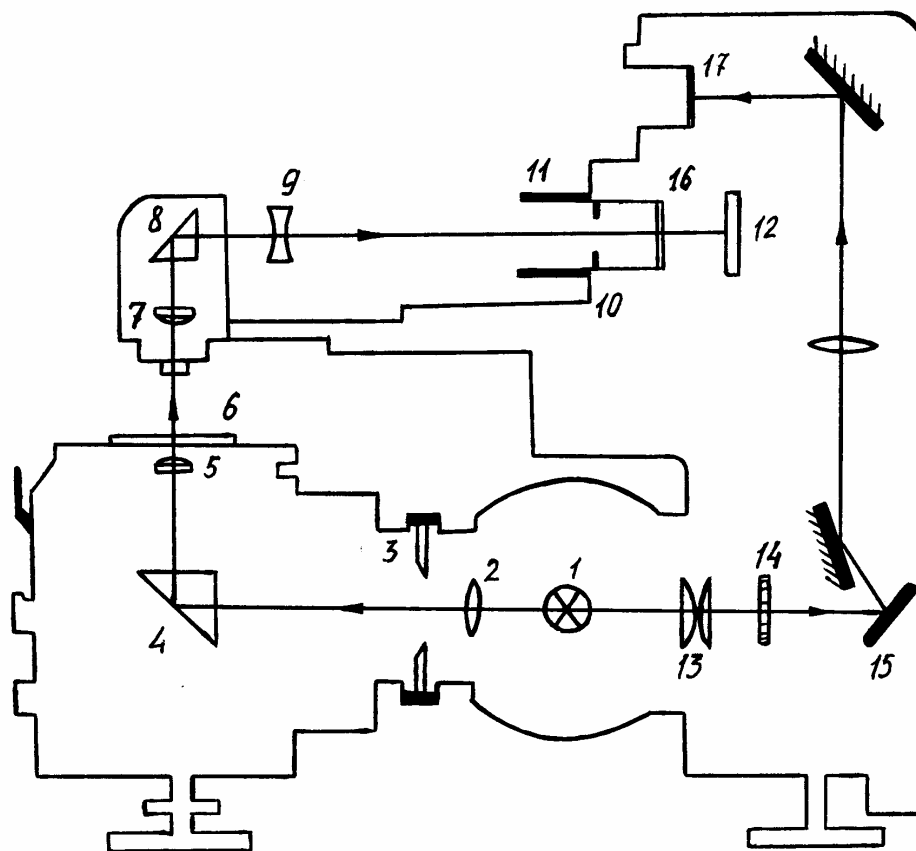


Рис. 5.2

Свет от лампы 1 (см. рис. 5.2) проходит конденсор 2, обеспечивающий равномерное освещение щели с зелеными фильтрами 3. Изображение этой щели, уменьшенное с помощью объектива 5, проектируется в плоскость фотопластинки 6. Равномерно освещенный участок фотопластинки проектируется на экран микрофотометра 16 с помощью объектива 7. Для более компактного расположения деталей оптическая ось дважды изменяет свое направление на  $90^\circ$  при помощи поворотных призм 4 и 8. Конструктивно экран 16 совмещен с двумя диафрагмами 10 и 11, позволяющими ограничить световой пучок по высоте и ширине в соответствии с размерами исследуемого участка фотопластинки, изображение которого получается на экране. Для изменения освещенности экрана используется линза 9. Фотоэлемент 12 регистрирует световой поток, прошедший через участок фотопластинки. Ток фотоэлемента поворачивает рамку гальванометра вместе с зеркалом 15. Зеркало 15 отбрасывает при этом изображение шкалы 14, нанесенной на стеклянной пластинке вблизи конденсора 13, на отсчетный матовый экран 17. Для точного отсчета показаний на экране 17 нанесен указатель. Таким образом, с помощью микрофотометра можно регистрировать и сравнивать световые потоки [4]. Обычно перед измерениями шкалу микрофотометра устанавливают на "нуль" по

чистому (непочерненному) участку фотопластинки вблизи фотометрируемой линии.

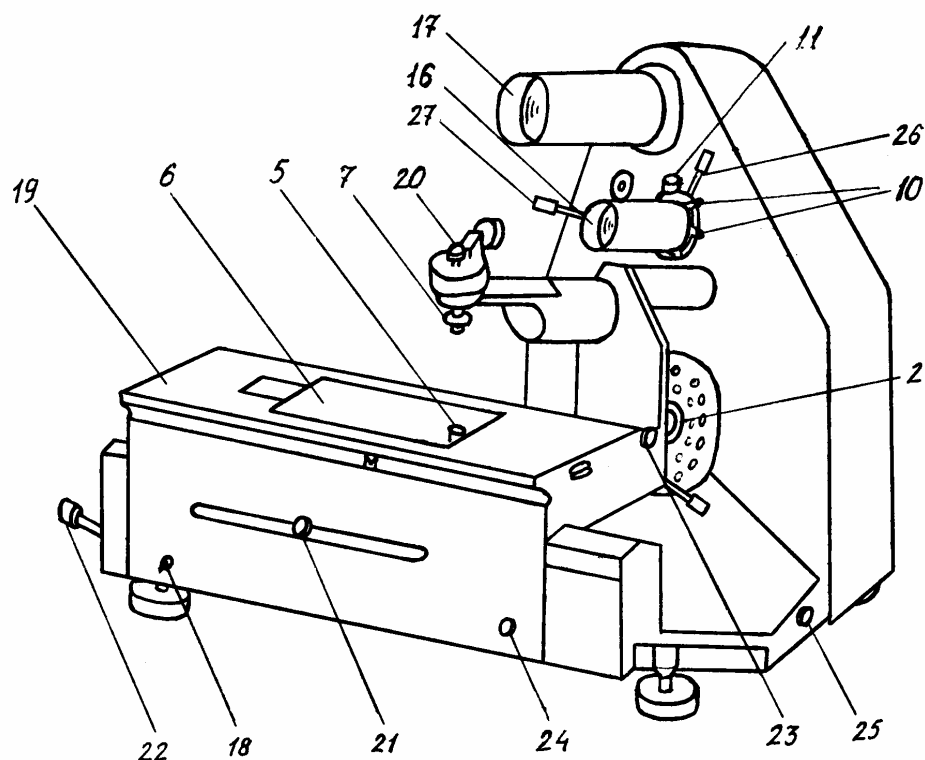


Рис. 5.3

Включение прибора осуществляется с помощью тумблера на блоке питания. Блок питания работает от сети переменного тока напряжения 220 В и обеспечивает стабильную работу осветительной лампы 1. Устойчивость работы лампы может быть проверена по отсутствию колебаний шкалы на экране 17, при открытом затворе фотоэлемента. Положение затвора устанавливается тумблером 18 (см. рис. 5.3.).

Измеряемая фотопластинка помещается на горизонтальный столик 19 прибора, и объективом 7 с помощью винта 20 производится фокусировка изображения участка спектрограммы на экране 16. Столик фотометра устанавливается так, чтобы изображение фотометрируемой линии было параллельно щели фотоэлемента, а изображение линий на спектрограмме оставалось резким при перемещении столика микрофотометра 19 (грубое перемещение вдоль спектра производится от руки, предварительно отпустив винт 21, плавно - винтом 22; поперечное перемещение столика производится винтом 23).

Высота щели фотоэлемента устанавливается в соответствии с фотометрируемой линией с помощью шторок диафрагмы 10. Ширина щели подбирается такой, чтобы для прозрачного участка фотопластинки получился отброс по шкале гальванометра 17 до "нуля" и при этом ширина щели не превышала 0,3 мм. Если при ширине щели 0,3 мм гальванометр не дает отброса до "нуля", то допускается использование нейтрального фильтра, который вводится с помощью ручки 24. В

процессе измерений необходимо проверять установку гальванометра прибора на "нуль".

## 5.4. Методика проведения эксперимента и обработка результатов

### 5.4.1. Методика эксперимента

Построение контуров дублетов осуществляется методом фотометрирования спектров смеси солей щелочных металлов. Метод основан на измерении почернении, которые появляются при фотографировании спектра на фотопластинке после ее полной обработки [4]. Для определения почернения на участок фотопластинки направляют свет от вспомогательного источника. За почернение принимается

$$D = \lg \frac{i_0}{i}, \quad (5.4)$$

где  $i_0$  - интенсивность света, прошедшего через непочерненную часть фотопластинки;

$i$  - интенсивность света, прошедшего через почерненный участок фотопластинки.

Зависимость почернения  $D$  от интенсивности падающего на фотопластинку света  $I$  при фотографировании спектра носит сложный характер. Эта зависимость (характеристическая кривая фотопластинки) определяется, как правило, экспериментально для каждого типа эмульсии. Она показывает (рис. 5.4), что для линейного участка характеристической кривой ( $0,5 \leq D \leq 1,5$ ) по изменению почернений спектральных линий на фотопластинке можно судить с достаточной степенью пропорциональности об изменении интенсивности вдоль контура линии.

В данной работе на микрофотометре МФ-2 измеряются значения почернений для разных точек изучаемых спектральных линий вдоль спектра, то есть для разных значений координаты  $x$ , поперечной к линиям спектра. Значения  $x$  в миллиметрах отсчитываются по винту 22 микрофотометра (см. рис. 5.3) при перемещении фотопластинки в процессе измерения  $D$  вдоль спектра. По полученным значениям  $D$  для разных  $x$  строятся контуры спектральных линий (рис. 5.5) в координатах:  $x$  - расстояние вдоль спектра (ось абсцисс) и  $D$  - почернение линии (ось ординат).

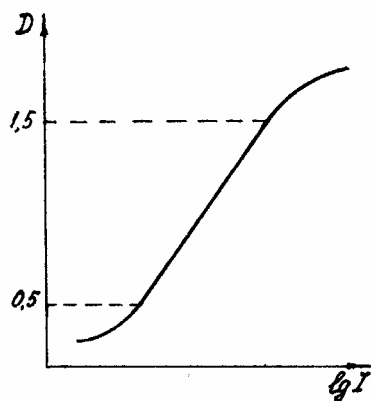


Рис. 5.4

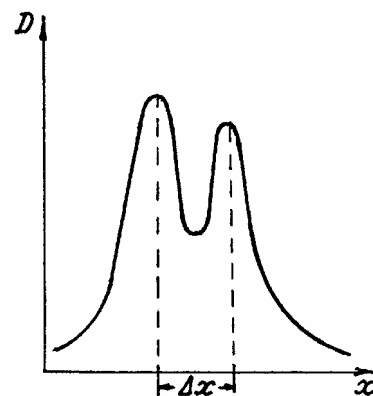


Рис. 5.5

Расстояние между максимумами дублета и есть измеряемая величина дублетного расщепления спектральных линий, выраженная в единицах длины. Она пропорциональна дублетному расщеплению, выраженному в единицах длин волн спектра  $\Delta\lambda$ , и зависит от дисперсии спектрального прибора, на котором были сфотографированы исследуемые спектры солей щелочных металлов. Эту величину  $\Delta\lambda$  можно связать с величиной энергии спин-орбитального взаимодействия.

#### 5.4.2. Порядок выполнения работы

1. Включите прибор с помощью тумблера на блоке питания. К измерениям можно приступить не ранее, чем через 15-20 мин после включения.

2. Установите винтом 20 (см. рис. 5.3) резкое изображение спектра железа (многолинейчатый спектр) в центре экрана 16 для участка в середине фотопластинки.

3. Переместите винтом 23 столик с фотопластинкой так, чтобы на экране 16 был виден спектр смеси солей щелочных металлов (слабоструктурированный спектр), поместив изображение спектра в нижней части экрана 16.

4. Отпустите винт 21. Перемещая рукой столик микрофотометра и одновременно наблюдая за спектром на экране 16, подведите справа к щели на экране спектральную линию Li (или другого элемента). Закрепите столик винтом 21.

5. Установите винтом 25 резкое изображение зеленых шторок щелевой диафрагмы.

6. Установите рукояткой 26 щель на экране 16 параллельно спектральной линии.

7. Ограничьте щель по высоте в соответствии с высотой спектральных линий шторками диафрагмы 10 и по ширине винтом 11 не более 0,3 мм.

8. Выведите микрометрическим винтом 22 столик с фотопластинкой так, чтобы на щель в экране 16 проектировался чистый участок спектра рядом с измеряемым дублетом линий Li (или другого элемента). Изображение на экране должно касаться широкой прорези, за которой находится щель, справа от нее.

9. Откройте затвор фотоэлемента тумблером 18 и установите "нуль" шкалы 17 рукояткой 24 или винтом 11. Ширина щели, устанавливаемая винтом 11, не должна превышать 0,3 мм.

10. Закрыв затвор фотоэлемента тумблером 18 проверьте установку шкалы 17 на " $\infty$ ". Корректировку происходит рычажком 27.

11. Вращая микровинт 22, подведите измеряемую линию к щели фотоэлемента. Откройте затвор фотоэлемента тумблером 18.

12. Проведите пробное фотометрирование спектральной линии. Для этого медленно вращая микровинт 22, перемещайте изображение линии по щели экрана 16. Наблюдайте за показаниями шкалы на матовом экране 17. Отметьте максимальный отброс. Повторите эту операцию 2-3 раза. Показания шкалы надо делить на 100. Если максимальный отброс при этом имеет значение почернения в пределах от 0,5 до 1,5, то линию можно использовать для построения контура. В про-

тивном случае нужно взять для фотометрирования эту же линию в спектре, снятом через ослабитель. Для этого, вращая винт 23, подведите линию из другой ступеньки спектра на щель и вновь повторите измерения пп. 5-12.

13. Выбрав пригодную для фотометрирования линию в спектре, возвратитесь вновь с помощью микровинта 22 в исходное положение слева от измеряемой линии и проведите фотометрирование ее контура. Для этого, вращая микровинт 22, перемещайте столик с фотопластинкой. Через 0,01 мм фиксируйте значения почернения контура линии Li (или другого элемента) по шкале 17 (табл. 5.2). При измерениях вращайте микровинт 22 только в одну сторону так, чтобы изображение спектра на экране 16 перемещалось справа налево.

14. Повторите все измерения для отмеченных линий остальных элементов.

15. Закончив измерения, закройте затвор фотоэлемента тумблером 18 и выключите прибор.

**В н и м а н и е!** При измерениях следует учесть следующие особенности спектров: дублет Li практически неразрешен на спектрограмме и при фотометрировании получится лишь один широкий максимум. При измерении дублета Na необходимо медленно проходить центр линий, чтобы получить два отдельных максимума. При измерении дублета Cs следует учесть большое расщепление (~ 4 нм). В связи с этим, проводя фотометрирование одной компоненты дублета Cs, записывайте значения почернения через 0,1 мм до тех пор, пока не приблизитесь ко второй компоненте дублета. Далее измерения координаты  $x$  надо проводить вновь через 0,01 мм.

#### 5.4.3. Обработка результатов измерений

1. По полученным значениям  $D$  на миллиметровой бумаге постройте контуры дублетов. По оси абсцисс откладывайте значения  $x$  (через 0,01 мм), по оси ординат - значения  $D$  для каждого дублета.

Таблица 5.2

Определение почернений спектральных линий

| $x$ , мм              | $D_{Li}$ | $D_{Na}$ | $D_K$ | $D_{Cs}$ |
|-----------------------|----------|----------|-------|----------|
| 0                     |          |          |       |          |
| 0,01                  |          |          |       |          |
| 0,02                  |          |          |       |          |
| 0,03                  |          |          |       |          |
| 0,04                  |          |          |       |          |
| 0,05                  |          |          |       |          |
| и далее через 0,01 мм |          |          |       |          |

2. Определите по графикам контуров дублетов величину дублетного расщепления  $\Delta x$  для всех элементов Li, Na, K, Cs (табл. 5.3)

Таблица 5.3

Определение величины дублетного расщепления  
в спектрах щелочных металлов

| Элемент | Зарядовое число, $Z$ | $\Delta\lambda$ , мм |
|---------|----------------------|----------------------|
| Li      |                      |                      |
| Na      |                      |                      |
| K       |                      |                      |
| Cs      |                      |                      |

3. Постройте график зависимости  $\Delta\lambda$  от заряда ядра  $Z$  атома щелочного металла, откладывая по оси абсцисс значения  $Z$ , взятые из таблицы Менделеева, по оси ординат - значения  $\Delta\lambda$

4. По полученному графику  $\Delta\lambda = f(Z)$  сделайте выводы о характере и причинах зависимости  $\Delta\lambda$  от  $Z$ .

#### 5.5. Перечень контрольных вопросов

1. Из каких серий состоят спектры атомов щелочных металлов?
2. Какова причина образования различных серий в спектрах щелочных металлов?
3. Напишите формулу для энергии уровня атома щелочного металла?
4. Как объясняется мультиплетность спектральных линий?
5. Что означает "спин-орбитальное взаимодействие"?
6. Начертите диаграмму дублетных уровней атома натрия и объясните обозначение этих уровней (символику типа  $^2P_{3/2}$ ).
7. Как и почему изменяется дублетное расщепление уровней и линий щелочных металлов с возрастанием их зарядового числа?
8. В чем суть метода фотографического фотометрирования?
9. Как в работе строятся контуры спектральных дублетов?
10. Как производится измерение почернения на микрофотометре МФ-2?

#### СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Савельев И.В. Курс общей физики. Т.3. М.: Наука, 1983.- С. 99-103, 107-113.
2. Детлаф А.А., Яворский Е.М. Курс физики. М.: Высшая школа, 1989 - С. 458-466.
3. Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Высшая школа, 1990 - С. 362, 365-367.
4. Зайдель А.Н. Основы спектрального анализа. М.: Наука, 1965. - С. 100-102, 120-124.

## 6. ПОЛУКОЛИЧЕСТВЕННЫЙ СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СТАЛИ

### 6.1. Цель работы

Определение концентрации хрома и марганца в стали с помощью стилоскопа.

### 6.2. Содержание работы

Под спектральным анализом подразумевается совокупность физических методов определения химического состава вещества по наблюдению его спектра.

Любое вещество, нагретое до высокой температуры, излучает свет, который с помощью спектрального прибора может быть разложен в спектр. Наблюдается три типа спектров: линейчатые, полосатые и сплошные [1].

Линейчатые спектры испускаются атомами и ионами в результате электронных переходов между их энергетическими уровнями. Такие спектры характерны для раскаленных газов. Полосатые спектры характерны для молекул и возникают в результате изменения электронной, колебательной и вращательной энергии молекул. Сплошные спектры образуются в результате того, что свободные электроны, присутствующие в нагретом газе, пролетая мимо ионов, теряют часть энергии своего движения и излучают свет непрерывно изменяющихся частот. Такой спектр излучается также накаленными твердыми телами. При спектральном анализе используется чаще всего линейчатый спектр, а полосатый и сплошной по возможности ослабляются.

Для возбуждения спектра используется электрический разряд между двумя электродами, одним из которых является анализируемый образец. Испаряемое в зоне разряда вещество электродов образует частично ионизированный газ – плазму. Выделяющееся при прохождении тока джоулево тепло поддерживает высокую температуру газа, необходимую для возбуждения свечения плазмы. В дуговом разряде энергия возбуждения сообщается атомам в основном путем их столкновения с быстролетающими электронами. При спонтанном переходе атома из возбужденного энергетического состояния  $E_k$  в нормальное или в какое-нибудь промежуточное состояние  $E_i$  излучается энергия в виде кванта света, частота  $\nu_{ik}$  которого определяется соотношением

$$h\nu_{ik} = E_k - E_i, \quad (6.1)$$

где  $h$  – постоянная Планка.

Каждому такому переходу соответствует появление в спектре одной линии. Поскольку одновременно излучают многие атомы, то наблюдается весь линейчатый спектр данного элемента. Сложность структуры спектра растет по мере увеличения числа валентных (оптических) электронов в атоме. Простейший линейчатый спектр наблюдается у водорода и у водородоподобных ионов.

Структура спектра каждого элемента определяется системой энергетических уровней данного атома и квантовыми правилами отбора. В спектре наблю-

даются не любые, теоретически возможные, а только наиболее интенсивные и хорошо разрешаемые линии. Поэтому наблюдаемое число линий в спектрах различных элементов существенно различно и изменяется в зависимости от источника возбуждения и дисперсии спектрального аппарата.

Таким образом, каждый химический элемент имеет характерный для него спектр. Присутствие спектральных линий в спектре, анализируемого образца свидетельствует о наличии его в образце. Этот факт лежит в основе качественного спектрального анализа [1].

Важнейшей с точки зрения спектрального анализа характеристикой линий является их интенсивность (яркость), которая зависит от концентрации определяемого элемента в образце. На этом положении базируется количественный анализ.

В случае приближенного (часто визуального) определения концентрации элемента в образце (интервала концентраций) анализ называют полуколичественным.

По способу регистрации спектра и измерения интенсивности линий различают фотографические, фотоэлектрические и визуальные методы.

В данной работе используется визуальный метод спектрального анализа для полуколичественного определения хрома и марганца в стали [2].

### 6.3. Описание лабораторной установки

Установка для проведения полуколичественного спектрального анализа состоит из стилоскопа «Спектр» и дугового генератора, который находится под стилоскопом и составляет с ним одно целое.

Оптическая схема стилоскопа изображена на рис. 6.1.

Общий вид установки со стилоскопом «Спектр» изображен на рис. 6.2.

Свет от электрической дуги 1 направляется на щель 5 трехлинзовой осветительной системой 2, 3, 4; фокусные расстояния этих линз соответственно равны 70, 50 и 60 мм. Такая система дает равномерное освещение щели. Щель 5 постоянной ширины 0,02 мм прорезана на металлическом слое, нанесенном на стеклянную пластинку, которая склеена с осветительной линзой 4. Щель является источником света малых размеров. Трапециевидная призма 6 направляет световой пучок на коллиматорный объектив 10, в фокусе которого находится щель. Поэтому лучи, выходящие из объектива, будут параллельными. Параллельные лучи попадают на диспергирующую систему, состоящую из двух призм 11 и 12, с помощью которых лучи света различных частот (длин волн) пространственно разделяются. Изображения щели в различных частотах и представляют собой спектральные линии. Диспергирующая призма 11 закреплена неподвижно, а призма 12, большой катет которой покрыт зеркально отражающим материалом, может поворачиваться маховиком 20 (рис. 6.2). Вследствие последнего спектр перемещается в поле зрения окуляра 7. Отраженные от посеребренного катета призмы 12 лучи вновь проходят обе призмы и объектив 10. Такая оптическая система, для которой характерно

двойное прохождение луча через диспергирующие призмы, называется автоколлимационной. Оптические приборы такого типа малы по размерам и хорошо разделяют линии с близкими длинами волн. Поворотной призмой 9 и зеркалом 8 лучи направляются в окуляр 7.

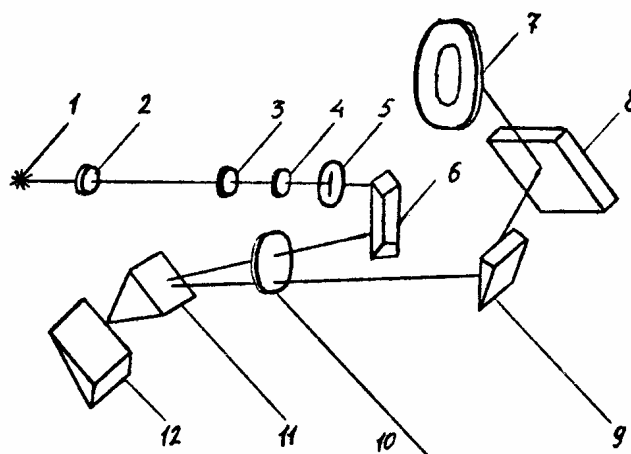


Рис. 6.1.

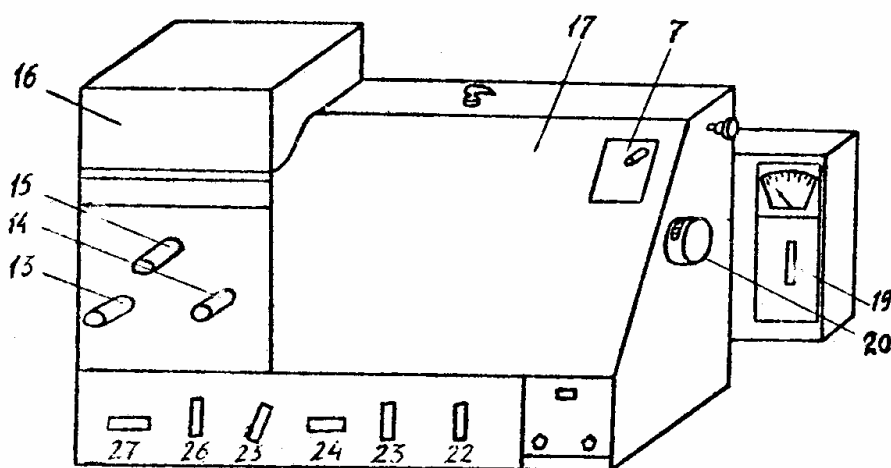


Рис. 6.2.

Оптическая система стилоскопа находится в корпусе 17 (рис.6.2). Слева помещен столик 16 для анализируемых проб с откидным защитным кожухом. Под столиком 16 имеется дисковый электрод, который поворотом маховика 15 может устанавливаться в различных положениях. Маховиком 14 можно смещать электрод по высоте на  $\pm 10$  мм, а маховиком 13 – по горизонтали на  $\pm 8$  мм в направлении перпендикулярном к оптической оси. Справа находится маховик 20, на котором нанесена шкала с символами химических элементов с индексом внизу. Индекс представляет собой порядковый номер группы аналитических линий, выбранной для проведения анализа.

## 6.4. Методика проведения эксперимента и обработка результатов

### 6.4.1. Методика эксперимента

Для возбуждения спектра при полуколичественном спектральном анализе стали на содержание хрома и марганца используется дуга переменного тока, питаемая от напряжения 220 В. Ток дуги достигает 4 А. Разрядный промежуток 3 мм. Спектр наблюдается в окуляр 7 стилоскопа (рис. 6.2).

Для определения концентрации хрома используется группа линий в зеленой области спектра, а для определения концентрации марганца – группа линий в зеленовато-голубой области. Эти группы линий изображены на рисунках, находящихся на лабораторном столе. Они предназначены только для облегчения отыскания необходимых линий. Нельзя ожидать полного сходства этих рисунков с участками наблюдаемых спектров, так как в спектре анализируемого образца могут возникать дополнительные линии других примесей. После отыскания в спектре выбранных для анализа линий оценивается их интенсивность. Оценка интенсивностей линий хрома и марганца производится визуально путем сравнения их с линиями железа, концентрацию которого в стали можно считать постоянной.

Аналитические пары линий образуются из линий с близкой энергией возбуждения. Такие пары линий называются гомологическими. Относительная интенсивность их мало меняется при изменении условий возбуждения спектра. В табл. 6.1 приведены длины волн аналитических пар линий для определения концентрации хрома и их условные обозначения, а в табл. 6.2 – длины волн аналитических пар для определения концентрации марганца.

Для сокращенной записи результатов оценки интенсивностей спектральных линий придерживаются следующих правил: а) если линия определяемого элемента такой же интенсивности, как и линия сравнения, то оценка изображается знаком равенства, который ставится между условными наименованиями сравниваемых спектральных линий (например,  $1\text{Cr} = 4\text{Fe}$ ); б) если интенсивность линии определяемого элемента меньше или больше интенсивности линии сравнения, то оценка обозначается соответственно значками «<» или «>»; в) если линия определяемого элемента очень близка по интенсивности к линии сравнения, но либо несколько сильнее, либо несколько слабее ее, то оценка обозначается соответственно значками «≥» или «≤».

Таблица 6.1

Аналитические пары линий для определения концентрации хрома

| Линии хрома     |                      | Линии сравнения железа |                      |
|-----------------|----------------------|------------------------|----------------------|
| длина волны, нм | условное обозначение | длина волны, нм        | условное обозначение |
| 5204,52         | 1 Cr                 | 5202,34                | 4 Fe                 |
| 5204,52         | 1 Cr                 | 5198,71                | 5 Fe                 |
| 5206,04         | 2 Cr                 | 5195,41                | 6 Fe                 |
| 5208,44         | 3 Cr                 | 5192,35                | 7 Fe                 |

Оценку интенсивностей спектральных линий следует начинать спустя 20 – 40 с после включения дуги. В течение этого времени, называемого временем обжига, имеет место неравномерное поступление вещества в зону разряда, что приводит к изменению относительной интенсивности аналитических пар линий.

Полученные результаты оценки интенсивности линий сопоставляются с аналитическими признаками, приведенными в табл. 6.3 и определяется содержание хрома и марганца в анализируемом образце.

Таблица 6.2

Аналитические пары линий для определения концентрации марганца

| Линии марганца  |                      | Линии сравнения железа |                      |
|-----------------|----------------------|------------------------|----------------------|
| длина волны, нм | условное обозначение | длина волны, нм        | условное обозначение |
| 4823,52         | 1 Mn                 | 4859,75                | 3 Fe                 |
| 4783,42         | 2 Mn                 | 4786,81                | 5 Fe                 |

#### 6.4.2. Порядок выполнения работы

**В н и м а н и е!** Открывать защитный кожух и менять образцы на столике можно только при отключенном от сети приборе.

Если дуга между электродами не зажигается, то следует сообщить об этом лаборанту или преподавателю.

Режим работы генератора повторно-кратковременный; после трех минут непрерывной работы необходимо выключить прибор не менее, чем на одну минуту.

1) Поверхность анализируемого образца зачистите напильником или наждачной бумагой от следов окалины и другого рода загрязнений так, чтобы размер чистой плоскости был не менее 10 x 10 мм.

2) Для получения нужного режима дуги на стилоскопе «Спектр» переключатели режима работы генератора должны быть установлены в следующие положения: переключатель 19 – в положение 10 А, 22 – в положение, соответствующее одному поджигающему импульсу за период сетевого напряжения, 23 – в положение, соответствующее значению фазы 60°, 24 – «0», 25 – «50мкГ», 26 – П, 27 – «Выкл».

3) Включите прибор «Спектр» нажатием кнопки «пуск».

4) Наблюдая спектр в окуляр 7 посредством рукоятки 13 выведите дугу на оптическую ось, добиваясь максимальной интенсивности спектра. Перемещением окуляра добейтесь резкости спектральных линий.

5) Вращением маховика 20 совместите символ «Cr<sub>1</sub>» на шкале символов химических элементов с отчетным штрихом барабана. В поле зрения появится группа аналитических линий для определения концентрации хрома, расположенная в зеленой области спектра.

Таблица 6.3

### Аналитические признаки для определения хрома и марганца в стали

| Анализируемый элемент | Аналитические признаки    | Содержание, % |
|-----------------------|---------------------------|---------------|
| Хром                  | $1Cr = 5Fe$               | 0,05          |
|                       | $1Cr \leq 4Fe$            | 0,10          |
|                       | $1Cr = 4Fe; 2Cr \geq 4Fe$ | 0,15-0,17     |
|                       | $2Cr \leq 6Fe$            |               |
|                       | $2Cr > 4Fe; 2Cr = 6Fe$    | 0,20          |
|                       | $3Cr = 7Fe$               |               |
| Марганец              | $2Cr \gg 4Fe; 3Cr > 7Fe$  | 0,20          |
|                       | $1Mn < 3Fe; 2Mn \leq 5Fe$ | до 0,15       |
|                       | $1Mn \leq 3Fe; 2Mn > 5Fe$ | 0,20-0,50     |
|                       | $1Mn = 3Fe$               | 0,50-0,70     |

6) Сопоставьте наблюдаемую в окуляр картину с изображением участка спектра на рисунке, который находится на столе. Найдите все аналитические линии хрома и железа. Оцените интенсивность линий хрома относительно линий железа для всех пар линий приведенных в табл. 6.1. Результаты оценки внесите в табл. 6.4. С помощью аналитических признаков, приведенных в табл. 6.3, определите содержание хрома в образце.

7) Для определения концентрации марганца вращением маховика 20 совместите символ «Mn<sub>1</sub>» с отсчетным штрихом барабана. В поле зрения появится группа аналитических линий для определения концентрации марганца, расположенная в зеленовато-голубой области спектра. Оцените интенсивность линий марганца относительно линий железа для всех пар линий, приведенных в табл. 6.2 и результаты оценки занесите в табл. 6.4. Определите содержание марганца в образце.

8) Полуколичественный анализ стали на содержание хрома и марганца произведите в двух образцах.

#### 6.4.3. Обработка результатов измерений

Проанализируйте полученные результаты определения содержания марганца и хрома в образцах (табл. 6.4). Сделайте выводы по полученным результатам работы. Ответьте на контрольные вопросы, используя список рекомендуемой литературы [1 – 5].

Таблица 6.4.

### Определение содержания хрома и марганца в стали.

| Номер образца | Определяемый элемент | Оценка интенсивности линий | Содержание элемента, % |
|---------------|----------------------|----------------------------|------------------------|
| 1             | хром                 |                            |                        |
| 1             | марганец             |                            |                        |
| 2             | хром                 |                            |                        |
| 2             | марганец             |                            |                        |

#### 6.5. Перечень контрольных вопросов

- 1) Какие наблюдаются типы эмиссионных спектров?
- 2) Как происходит возбуждение атомов и излучение ими света?
- 3) Что подразумевается под качественным спектральным анализом?
- 4) Каковы теоретические основы количественного спектрального анализа?
- 5) Какие аналитические пары спектральных линий называются гомологическими?
- 6) Как устроен стилоскоп?
- 7) В чем состоит метод полуколичественного спектрального анализа с помощью стилоскопа?

#### СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зайдель А. Н. Основы спектрального анализа. – М.: Наука, 1965. - 322 с.
2. Свентицкий Н. С. Физика и техника спектрального анализа. – М.: Изд-во физико-математической литературы, 1961. – 314с.
3. Савельев И. В. Курс общей физики. Т. 3. – М.: Наука, 1982. – § 13, 15, 40.
4. Детлаф А. А., Яворский Б. М. Курс общей физики. – М.: Высшая школа, 1989. – § 38.3, 38.4, 39.1, 39.2, 39.4.
5. Трофимова Т. И. Курс физики. – М.: Высшая школа, 1990. – § 209, 210, 212, 223.

## 7. ЛАЗЕР

### 7.1. Цель работы

Ознакомление с принципом работы гелий-неонового лазера и изучение характеристик лазерного излучения.

### 7.2. Основы физики работы лазера

Слово «Лазер» составлено из первых букв английского словосочетания «Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation» - усиление света с помощью индуцированного излучения.

#### 7.2.1. Спонтанные и индуцированные переходы

Один из основных выводов квантовой механики гласит, что каждая физическая система (например, электрон в атоме) может находиться только в одном из заданных энергетических состояний, – так называемых, собственных состояниях системы.

С каждым состоянием (скажем, с состоянием электрона) можно связать собственную функцию

$$\Psi(\vec{r}, t) = U_n(\vec{r}) e^{-\frac{iE_n t}{\hbar}},$$

причем  $|U_n(\vec{r})|^2 dx dy dz$  – вероятность нахождения электрона в некотором состоянии  $n$  в пределах элементарного объема  $dx dy dz$  с центром в точке, определяемой радиус-вектором  $\vec{r}$ ,  $E_n$  – энергия  $n$ -го состояния,  $\hbar = h/2\pi$  – постоянная Планка.

Каждому электрону в некоторой физической системе (например, в атоме или молекуле) соответствует свое состояние, т.е. своя энергия, причем эта энергия имеет дискретное значение.

На рис. 7.1 приведена схема энергетических уровней такой физической системы (на примере атома) [1]. Обратимся к двум из уровней этой системы – 1 и 2. Уровень 1 соответствует основному состоянию физической системы, где нахождение ее наиболее вероятно. На уровень 2 система (электрон в атоме) может попасть, если ей передана некоторая энергия, равная  $h\nu = |E_2 - E_1|$ . Этот уровень 2 атома является возбужденным состоянием. Если система (атом) находится в состоянии 2 в течение времени  $t_0$ , то существует конечная вероятность, что он перейдет в состояние 1, испустив при этом квант электромагнитной энергии  $h\nu = E_2 - E_1$ . Этот процесс, происходящий без воздействия внешнего поля случайно во времени (хаотически), называется **СПОНТАННЫМ**.

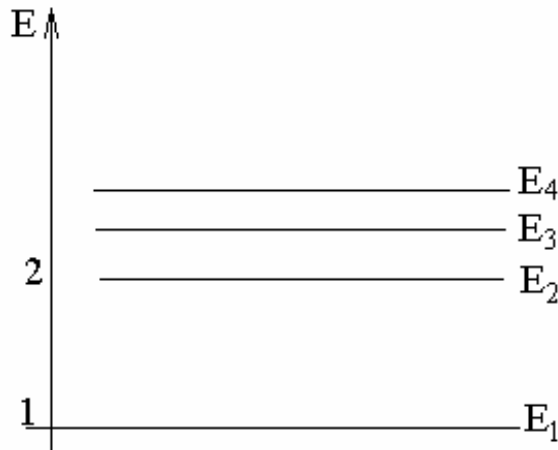


Рис. 7.1. Энергетические уровни физической системы

Среднее число атомов, испытывающих спонтанный переход из состояния 2 в состояние 1 за одну секунду

$$-\frac{dN_2}{dt} = A_{21} N_2 = \frac{N_2}{(t_{cn})_{21}}, \quad (7.1)$$

где  $A_{21}$  – скорость (вероятность) спонтанного перехода,  $(t_{cn})_{21} = A_{21}^{-1}$  называется временем жизни атома в возбужденном состоянии, связанным с переходом  $2 \rightarrow 1$ . Спонтанные переходы происходят из любого данного состояния только в состояния, лежащие по энергии ниже (например, если атом находится в состоянии 3, то возможны прямые переходы  $3 \rightarrow 2$ ,  $3 \rightarrow 1$ , а попавший на уровень 2 атом переходит спонтанно на уровень 1).

При наличии электромагнитного поля, имеющего частоту  $\nu \sim (E_2 - E_1)/h$  атом может совершить переход из состояния 1 в состояние 2, поглощая при этом квант электромагнитного поля (фотон) с энергией  $h\nu$ . Однако, если атом в тот момент, когда он подвергается действию электромагнитного поля, уже находится в состоянии 2, то он может перейти в состояние 1 с испусканием кванта с энергией  $h\nu$  под воздействием этого поля. Этот переход соответствует **индуцированному** излучению.

Процесс индуцированного перехода от спонтанного отличается тем, что для индуцированного перехода скорости переходов  $2 \rightarrow 1$  и  $1 \rightarrow 2$  равны, в то время как для спонтанного процесса скорость перехода  $1 \rightarrow 2$ , при котором энергия атома увеличивается, равна нулю.

Кроме этого, индуцированные процессы имеют и другие принципиальные особенности:

- скорость индуцированных процессов пропорциональна интенсивности электромагнитного поля, в то время как спонтанные от поля не зависят;
- волновой вектор  $\vec{k}$ , определяющий направление распространения индуцированного излучения, совпадает по направлению с соответствующим вектором

вынуждающего поля (спонтанное излучение имеет произвольное направление распространения);

- частота, фаза и поляризация индуцированного излучения также совпадают с частотой, фазой и поляризацией вынуждающего поля, в то время как спонтанное излучение, даже имея ту же частоту, имеет произвольную случайную фазу и поляризацию.

Таким образом, можно утверждать, что вынуждающее и индуцированное (вынужденное) излучения оказываются строго когерентными.

Рассмотрим случай, когда плоская монохроматическая волна с частотой  $\nu$  и интенсивностью  $I_\nu$  распространяется через среду с объемной плотностью атомов  $N_2$  на уровне 2 и  $N_1$  на уровне 1.

Если ввести скорость переходов, которые индуцируются монохроматическим полем с частотой  $\nu$ , обозначив ее через  $W_i(\nu)$ , то можно оценить условия, при которых будет существовать индуцированное излучение.

За 1 с в объеме  $1 \text{ м}^3$  возникает  $N_2 W_i$  индуцированных переходов с уровня 2 на уровень 1 и  $N_1 W_i$  переходов с 1 на 2 уровень. Таким образом, полная мощность, генерируемая в единичном объеме

$$\frac{P}{V} = (N_2 - N_1) W_i h \nu. \quad (7.2)$$

Это излучение когерентно суммируется с излучением бегущей волны с сохранением фазы, что при отсутствии рассеяния приводит к увеличению интенсивности на единицу длины. В результате

$$\frac{dF_y}{dz} = (N_2 - N_1) W_i h \nu. \quad (7.3)$$

Поскольку скорость индуцированного перехода прямо пропорциональна интенсивности [2]:

$$W_i = G(\nu) I_\nu, \quad (7.4)$$

то из (7.3) следует, что

$$I_\nu(z) = I_\nu(\delta) e^{\gamma(\nu)z}, \quad (7.5)$$

где

$$\gamma(\nu) = (N_2 - N_1) G(\nu). \quad (7.6)$$

Следовательно, интенсивность волны экспоненциально нарастает, когда населенность уровня 2 ( $N_2$ ) превышает населенность первого уровня  $N_1$  (населенность инвертирована - обратна,  $N_2 > N_1$ ), или затухает, когда  $N_2 < N_1$ .

Первый случай соответствует лазерному излучению, а второй характерен для атомных систем при тепловом равновесии.

## 7.2.2. Принцип работы лазера

Для работы лазера необходимы некоторые важные условия. Прежде всего это относится к энергетическому спектру излучающего вещества, называемого активным.

По положению двух энергетических уровней, между которыми осуществляется рабочий переход атомов активного вещества, лазеры подразделяются на трехуровневых (рис. 7.2) и четырехуровневых (рис. 7.3).

В трехуровневой системе, характерной для оптического квантового генератора (ОКГ) на рубине, часть атомов активного вещества за счет энергии накачки переводится из основного состояния в широкую полосу 3, затем атомы безизлучательно переходят на метастабильный уровень 2, накапливаясь на нем. Если мощность накачки достаточно велика, то между уровнями 2 и 1 создается инверсия заселенности.

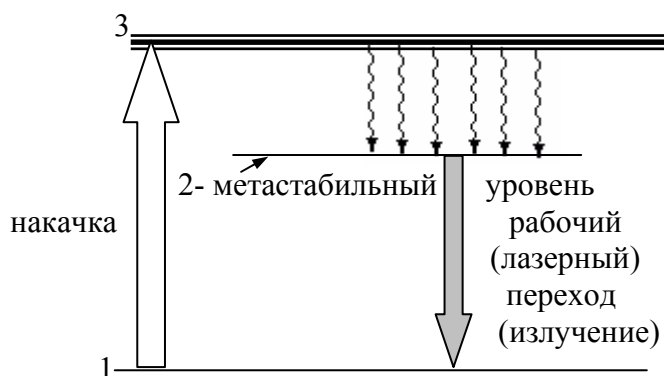


Рис. 7.2. Схема трехуровневого лазера

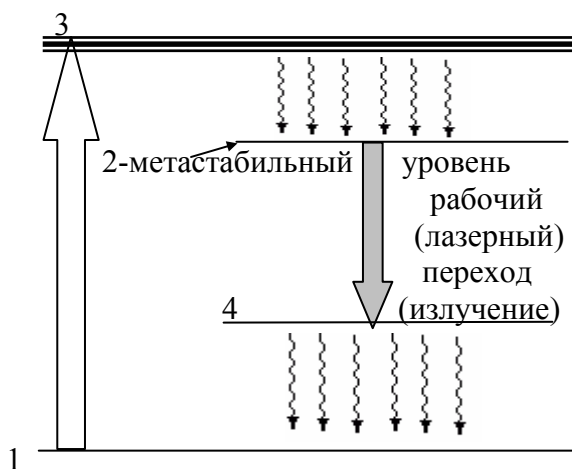


Рис. 7.3. Схема четырехуровневого лазера

В четырехуровневой системе (рис. 7.3) конечный (нижний) уровень 4 рабочего перехода расположен достаточно далеко от основного уровня ( $E_4 \geq 8 kT$ ), в связи с чем его заселенность меньше населенности основного уровня, поскольку число частиц с энергией  $E_n$  определяется из распределения Больцмана

$$N_n = \frac{N e^{-\frac{E_n}{kT}}}{\sum_m e^{-\frac{E_m}{kT}}} = \frac{N e^{-\frac{E_n}{kT}}}{z_c}, \quad (7.7)$$

где  $T$  – абсолютная температура системы,  $z_c$  – нормирующий множитель,  $N$  – полное число частиц ( $\sum_m N_m = N$ ).

Поэтому инверсия населенности уровня 2 по отношению к уровню 4 может быть достигнута при меньших мощностях накачки.

К активным веществам ОКГ предъявляются следующие требования:

- ширина спектральной линии излучения атома должна быть как можно уже;
- спектральная область возбуждения (полоса поглощения – уровни 3) должна быть как можно шире и совпадать с максимумом спектрального распределения источника накачки;
- время жизни возбужденного атома в метастабильном состоянии должно быть как можно большим и, по крайней мере, должно превышать время жизни атома на нижнем энергетическом уровне.

Чем больше времени жизни возбужденного атома в метастабильном состоянии, тем меньше будет спонтанных (самопроизвольных) переходов и тем легче создать инверсную населенность. Если время жизни возбужденного атома на нижнем уровне больше времени жизни на верхнем энергетическом уровне, инверсия населенности не может быть получена, так как возбужденные частицы будут не на верхнем, а на нижнем энергетическом уровне рабочего переходе.

Накачка (передача энергия атомами и перевод их в возбужденное состояние) может осуществляться в лазерах различными способами. Наиболее применимы:

- оптическая накачка, когда кванты света необходимой частоты передают энергию атомам;
- передача энергии при развитии газового разряда, когда электроны при соударениях передают свою энергию атомами (соударения первого рода);
- накачка за счет мощного высокочастотного поля и ряд других.

В газовых лазерах очень важным является передача энергии одних атомов другим за счет неупругих столкновений (соударений второго рода). Процесс соударения такого рода схематически можно выразить в виде



где  $A$  и  $B$  – атомы, а звездочка показывает, что атом находится в возбужденном состоянии;  $\Delta E$  – дефект энергии.

Энергия возбуждения передается от состояния  $B^*$  одного атома состоянию  $A^*$  другого. Происходят следующие процессы, сопровождающиеся обменом энергии между частицами.

1) Электронные соударения (электронные удары первого рода), при которых происходит возбуждение атомов  $A$  и  $B$  и заселение уровней  $E_3^B, E_3^A, E_2^A$  (рис. 7.4).

Заселенность уровня  $E_2^A$  является «паразитной», уменьшающей инверсию населенности.

2) Неупругие столкновения основного (А) и вспомогательного (В) газов. При этом атомы газа В отдают энергию возбуждения атомам основного газа А. Оче-

видно, имеет место и обратный процесс возбуждения газа В атомами А, уменьшающий населенность уровня  $E_3^A$ . Эффективность этих процессов зависит от «дефекта энергии» уровней  $E_3^A$  и  $E_3^B$  и определяется условием

$$\Delta E_{BA} = E_3^B - E_3^A \leq kT_o, \quad (7.9)$$

поскольку она убывает по закону  $\exp(-kT_o)$ .

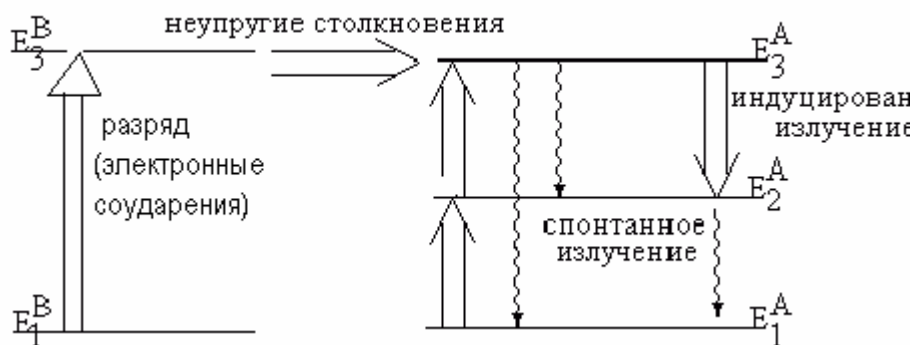


Рис. 7.4. Идеализированная схема уровней основного (А) и вспомогательного (В) газов.

3) Спонтанное излучение с уровня  $E_3^A$  на уровень  $E_1^A$  ухудшает условие создания инверсии населенности; спонтанное излучение с уровня  $E_2^A$  обеспечивает «сток» отработанных частиц и является полезным.

4) Диффузия электронов и атомов при столкновении их со стенками сосуда, заключающего газовую смесь. Этот процесс в ряде случаев необходим (при метастабильном уровне  $E_2^A$ ) и повышение его эффективности достигается уменьшением диаметра газоразрядных трубок.

Данные механизмы возбуждения в двухкомнатной газовой смеси позволяют сформулировать требования к основному и вспомогательному газам.

1) Уровни  $E_2^A$  и  $E_3^B$  должны удовлетворять условию (7.9).

2) Концентрация атомов вспомогательного газа должна значительно превышать концентрацию атомов основного газа (как правило в 5-10 раз), что позволяет обеспечивать преимущественную передачу энергии возбуждения именно основному газу.

Все эти идеи реализуются в He-Ne лазере.

### 7.2.3. Гелий-неоновый лазер (конструкция и принцип работы)

В He-Ne лазере используются принцип резонансной передачи энергии возбуждения от примесного газа (He) основному (Ne). Диаграмма энергетических уровней гелия и неона приведена на рис. 7.5.

Для данной смеси газов условия резонансной передачи энергии выполняются для уровней

$$2^1s(\text{He}) \rightarrow 3s(\text{Ne}), 2^3s(\text{He}) \rightarrow 2s(\text{Ne}). \quad (7.10)$$

В результате газового разряда уровни  $2^1s$  и  $2^3s$  заселяются за счет электронных ударов. При неупругих столкновениях возбужденных атомов гелия с атомами неона происходит возбуждение последних и заселение метастабильных уровней  $2s$  и  $3s$ :

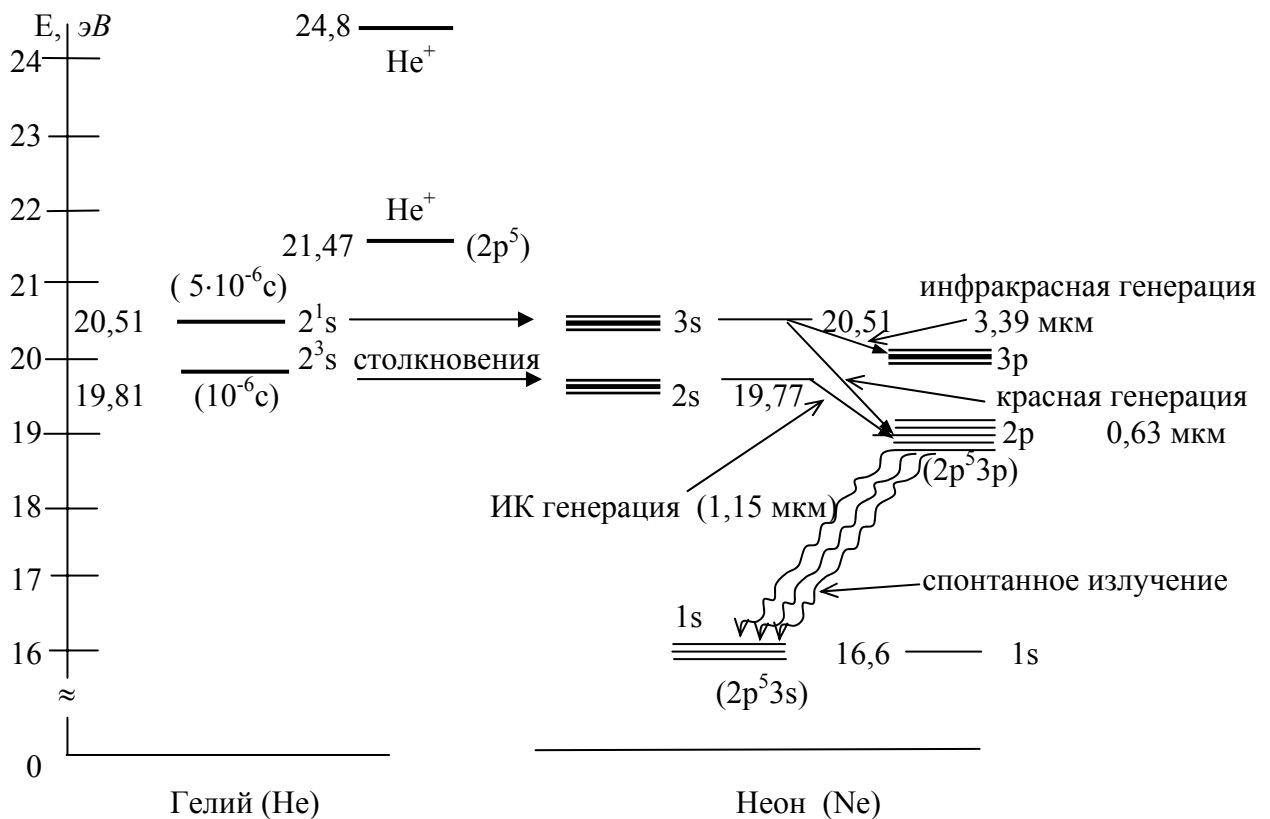
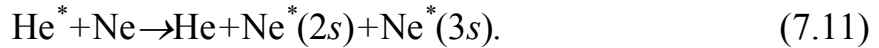


Рис. 7.5. Энергетические уровни He-Ne лазера

Хотя уровни  $2p$  и  $3p$  неона также заселяются за счет электронных ударов, что уменьшает разность населенности уровней  $2s$ ,  $3s$  и  $2p$ ,  $3p$ , но эффективность этого процесса мала по сравнению с процессом (7.11). Это достигается тем, что парциальное давление неона ( $\sim 10$  Па) много меньше парциального давления гелия ( $\sim 100$  Па), в связи с чем концентрация гелия значительно превышает концентрацию неона.

За счет дефекта энергий уровней ( $2^1s \rightarrow 3s$ ,  $2^3s \rightarrow 2s$ ), значительно превышающего величину  $kT$ , результат процесса (7.11) далек от желаемого. Однако это компенсируется большим временем жизни возбужденных атомов Ne на уровнях  $2s$  и  $3s$ , состоящих из четырех подуровней, по сравнению с уровнями  $2p$  и  $3p$ . Например, время жизни неона на уровне  $2s_2$  составляет  $9,6 \cdot 10^{-8}$  с, а время жизни на уровне  $2p_4 - 1,2 \cdot 10^{-8}$  с.

При осуществлении инверсной заселенности уровней  $2s$  и  $3s$  происходят излучательные переходы на уровни  $2p$  и  $3p$  со следующими длинами волн:

$$2s_2 \rightarrow 2p_4 \quad \lambda_1 = 1,15 \text{ мкм}$$

$$3s_2 \rightarrow 3p_4 \quad \lambda_2 = 3,39 \text{ мкм}$$

$$3s_2 \rightarrow 2p_4 \quad \lambda_3 = 0,6328 \text{ мкм}$$

«Отработанные» атомы переходят за счет спонтанного излучения с уровней  $3p$  и  $2p$  на метастабильный уровень  $1s$ . Сток частиц с уровня  $1s$  обеспечивается, в основном, за счет диффузии к стенкам.

Схема конструкции газового лазера приведена на рис. 7.6.

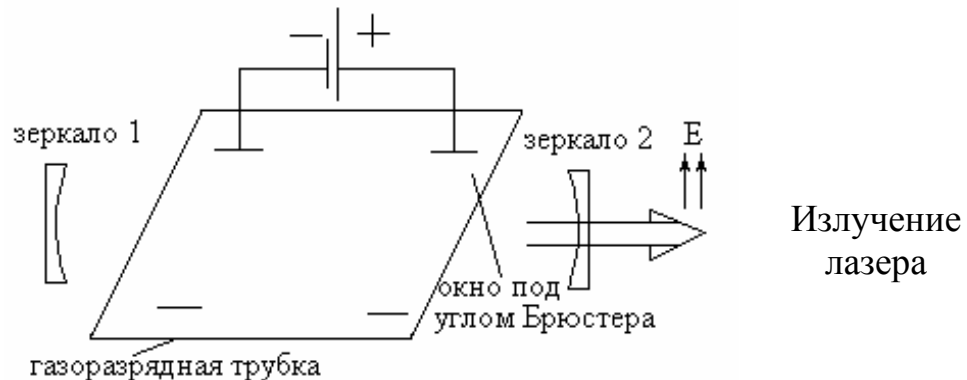


Рис. 7.6. Схема конструкции He-Ne лазера с внешними зеркалами

В газоразрядной трубке, заполненной смесью неона и гелия в пропорции 1:10, зажигается газовая разряд, с помощью которого происходит инверсия населенности уровней.

Поскольку в процессе разряда появляются фотоны с произвольными частотами, существуют и фотоны с длинами волн  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  и  $\lambda_3$ , совпадающими с длинами волн соответствующих переходов. Они вызывают индуцированный переход с образованием фотонов с этими же частотами, фазами и направлениями волновых векторов  $\vec{k}$ . В случае, если появляется волна частотой, например,  $\omega_3 = c/\lambda_3$ , она распространяется вдоль трубки и отражается от зеркала. Расстояние между зеркалами выбирается кратным половине длины волны, что обеспечивает возбуждение резонатора (колебательного контура в оптическом диапазоне) именно на этой длине волны. Отраженная от зеркал волна приходит в данную точку в той же фазе, что и первичная, обеспечивая положительную связь. Происходит накопление фотонов, то есть энергии монохроматической волны. Ввиду высокой добротности контура, достигающей десятков тысяч единиц, амплитуда колебаний становится достаточно большой. Наличие выходных окон газоразрядной трубки, расположенных под углом Брюстера, выделяет линейную поляризацию волн в определенной плоскости, в связи с чем волны с иной поляризацией не проходят через полупрозрачное зеркало 2, которое пропускает всего 4-5% интенсивности излучения, а остальные 96% идут на поддержание процесса генерации.

Увеличение потерь излучения на волне  $\lambda_2$  (усиление на переходе  $2s_2 \rightarrow 3p_1$

велико по сравнению с усилением на переходе  $3s_2 \rightarrow 2p_4$ ) достигается как использованием окон, расположенных под углом Брюстера, так и соответствующей расстройкой резонатора. Однако наличие этого излучения снижает эффективность работы лазера в видимом оптическом диапазоне.

### 7.3. Описание лабораторной установки

Лабораторная установка (рис. 7.7) представляет собой газовый He-Ne лазер 1, который установлен на оптической скамье 2. Блок питания 3 лазера расположен отдельно. На держателе 4 расположен горизонтальный столик 5, на который в ходе выполнения работы устанавливаются следующие детали: дифракционная решетка 6; экран 7; поляроид 8; вращение которого осуществляется рычагом 9; фотодиод 10. Микроамперметром 11 измеряется ток в цепи фотодиода. Стационарный экран 12 должен быть расположен на расстоянии не менее 1,5 м от лазера.

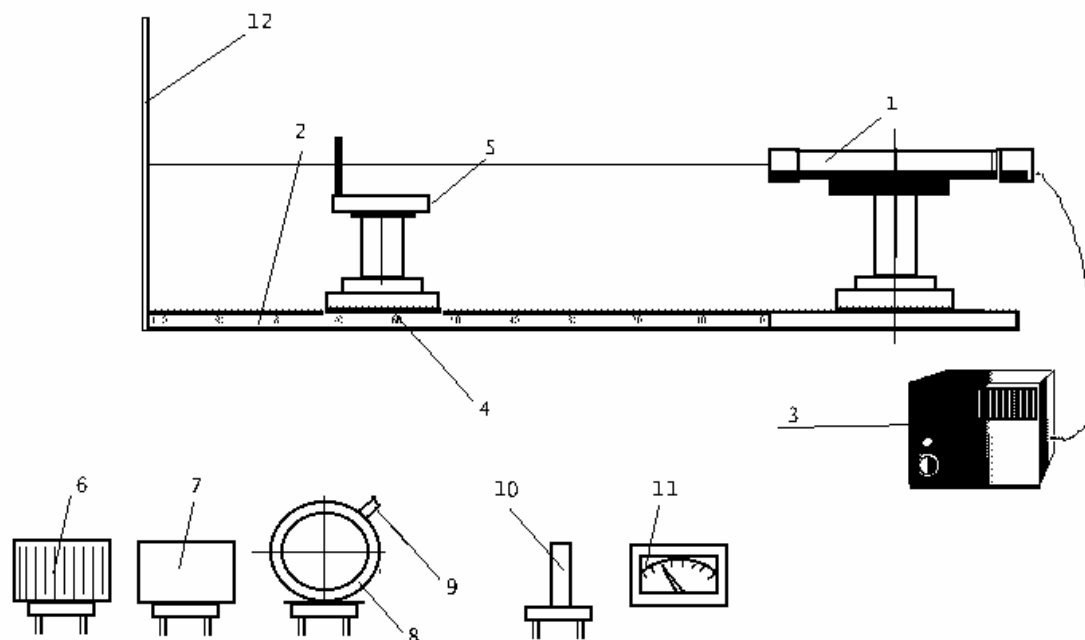


Рис. 7.7. Схема экспериментальной установки

### 7.4. Методика проведения эксперимента и обработка результатов измерений

#### 7.4.1. Методика проведения эксперимента

##### 7.4.1.1. Определение длины волны излучения лазера

После прохождения через дифракционную решетку лазерного луча на экране возникает дифракционная картина [2,4] пятен, соответствующих главным дифракционным максимумам нулевого, первого, второго и т.д. порядков (рис. 7.8).

Длина волны излучения определяется из условия главных дифракционных максимумов

$$d \sin \varphi = k\lambda, \quad (7.12)$$

где  $d$  – постоянная дифракционной решетки,  
 $\varphi$  – угол дифракции,  
 $k$  – порядок дифракционного спектра,  
 $\lambda$  – длина волны.

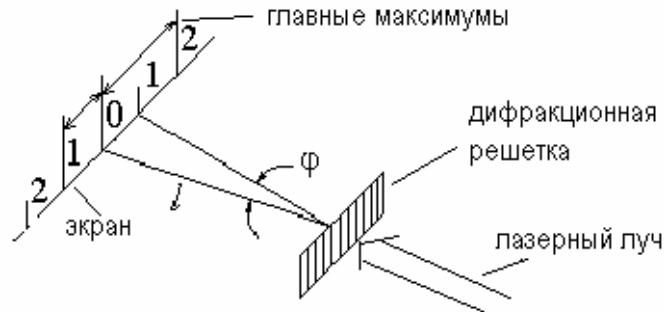


Рис. 7.8. Схема измерения длины волны излучения

Угол дифракции вычисляется по формуле

$$\varphi = \arctg \frac{h_i}{l}. \quad (7.13)$$

Здесь  $l$  – расстояние между экраном и дифракционной решеткой,  
 $h_i$  – расстояние между нулевым и  $i$ -ым максимумами ( $i = 1, 2, \dots$ ).  
 По формуле (7.12) вычисляется длина волны излучения.

#### 7.4.1.2. Оценка направленности излучения лазера

Малое угловое расхождение лазерного луча можно оценить, помещая экраны на разных расстояниях от лазера (рис. 7.9) и измеряя радиус пятна излучения.

Зная расстояние  $l$  между экранами и диаметры  $d$  световых пятен на экранах, можно определить угловое расхождение светового пучка по формуле

$$\alpha = \arctg \frac{d_1 - d_2}{2l}. \quad (7.14)$$

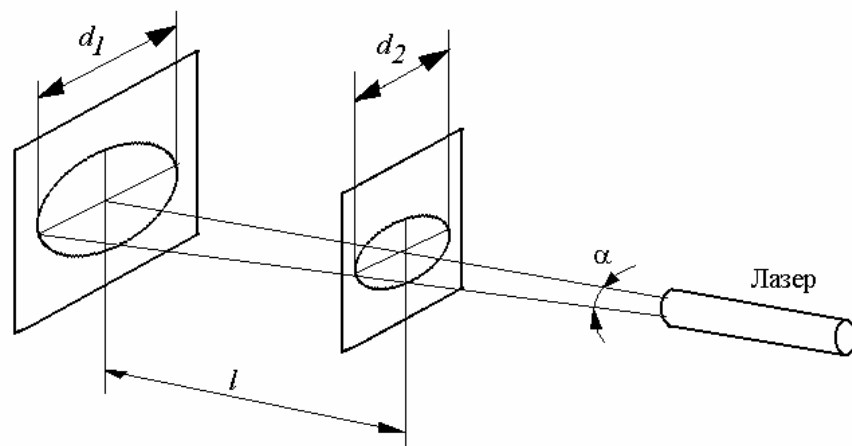


Рис. 7.9. Схема измерения углового расхождения лазерного луча

### 7.4.1.3. Исследование поляризации излучения лазера

Помещая в пучке излучения лазера поляроид и вращая его вокруг оси пучка, можно полностью погасить или полностью пропустить свет. Это говорит о том, что излучение лазера линейно поляризовано. Поместив за поляроидом фотоэлемент, можно измерить силу фототока  $i$  для каждой ориентации поляроида и построить график  $i=f(\varphi)$ . Этот график дает зависимость интенсивности света  $I$ , прошедшего через поляроид, от угла поворота поляроида, т.к.  $I \sim i$ . Доказательством линейной поляризации излучения лазера служит соответствие полученного графика закону Малюса [1,3]

$$I = I_0 \cos^2 \alpha. \quad (7.15)$$

### 7.4.2. Порядок выполнения работы

***В н и м а н и е! При работе с лазером п о м н и т е, что попадание в глаза прямого лазерного излучения опасно для зрения.***

Ознакомьтесь с информацией на лабораторном столе (п.1).

Включение лазера производите в присутствии преподавателя или лаборанта.

Включите в сеть блок питания 3 (см. рис. 7.7). Тумблер «сеть» на блоке питания поставьте в положение «вкл». На экране 12 должно появиться яркое пятно. Через 7-10 минут лазер готов к работе.

#### 7.4.2.1. Определение длины волны излучения лазера.

- 1) Установите столик 5 на расстояние (0,8-1,2) м от экрана 12 (см. рис. 7.4). Для этого отпустите зажимной винт стойки, плавно переместив столик вдоль скамьи, установите по указателю нужное положение и закрепите винтом.
- 2) На столике 5 установите дифракционную решетку 6. Выведите световое пятно в центр дифракционной решетки (см. указание на лабораторном столе). На экране 12 возникает дифракционная картина с ярким нулевым максимумом.
- 3) Измерьте расстояние между дифракционными максимумами первого  $h_1$  и второго  $h_2$  порядков (см. рис. 7.8).
- 4) Переместите столик 5 на (0,2-0,3) м ближе к экрану 12.
- 5) Измерьте  $h_1$  и  $h_2$  при новом положении дифракционной решетки.
- 6) Запишите результаты измерений и постоянную решетку  $d = 0,01$  мм в табл. 7.1.
- 7) Снимите со столика дифракционную решетку.

#### 7.4.2.2. Оценка направленности излучения лазера

- 1) Установите столик на расстоянии  $l = (0,8-0,9)$  м от экрана 12 (см. рис. 7.7).
- 2) На столике 5 установите поляроид 8, который в данном упражнении используется в качестве ослабителя яркости светового луча.

- Выведите световое пятно в центр поляроида. Вращая поляроид рычагом 9, получите оптимальную для Ваших глаз яркость пятна на экране.
- 3) Приложите к экрану листок бумаги и зарисуйте сечение пятна.
  - 4) Установите на столик 5 экран 7 (между поляроидом и экраном 12).
  - 5) Зарисуйте сечение пятна на экране 7.
  - 6) Измерьте диаметры пятен по своим рисункам не менее трех раз по разным направлениям.
  - 7) Запишите результаты измерений диаметров пятен ( $d'$ ) и расстояние  $l$  в табл. 7.2.
  - 8) Снимите со столика экран 7.

#### 7.4.2.3. Исследование поляризации излучения лазера

- 1) Вращая поляроид рычагом 9, убедитесь, что яркость пятна на экране 12 зависит от угла поворота поляроида вокруг оси светового пучка. Получите максимальную яркость пятна. Это положение поляроида будет началом отсчета угла поворота ( $\varphi = 0$ ).
- 2) Установите на столик фотодиод 10 и подключите к нему микроамперметр 11.
- 3) Поставьте тумблер микрометра в положение «вкл».
- 4) Выведите световой пучок на фоточувствительный слой фотодиода (см. указание на лабораторном столе). В этом случае микроамперметр будет показывать максимальный ток в цепи фотодиода.
- 5) Измеряйте ток через каждые  $5^\circ$  поворота поляроида. Отсчет  $\varphi$  производите по шкале на диске крепления поляроида. Измерения запишите в табл. 7.3.
- 6) Поставьте тумблер микроамперметра и тумблер «сеть» блока питания в положение «вкл». Выключите блок питания из сети.
- 7) Снимите со столика поляроид и фотодиод.

#### 7.4.3. Обработка результатов измерений

- 1) Вычислите по формуле (7.13) углы дифракции для максимумов первого и второго порядков.
- 2) По формуле (7.12) вычислите длину излучения лазера для тех же максимумов.
- 3) Рассчитайте среднее значение длины волны.

Таблица 7.1

Определение длины волны излучения лазера

| $d$ , мм | $l$ , мм | $k$ | $h$ , мм | $\varphi$ , град | $\sin \varphi$ | $\lambda$ , мм | $\langle \lambda \rangle$ , мм |
|----------|----------|-----|----------|------------------|----------------|----------------|--------------------------------|
|          |          |     |          |                  |                |                |                                |
|          |          |     |          |                  |                |                |                                |
|          |          |     |          |                  |                |                |                                |
|          |          |     |          |                  |                |                |                                |

Таблица 7.2

## Оценка направленности излучения лазера

|   | $l$ , мм | $d'_1$ , мм | $d'_2$ , мм | $d'_3$ , мм | $\langle d' \rangle$ , мм | $\alpha$ |
|---|----------|-------------|-------------|-------------|---------------------------|----------|
| 1 |          |             |             |             |                           |          |
| 2 |          |             |             |             |                           |          |

Таблица 7.3

## Наблюдение поляризации излучения лазера

| Град | Сила фототока, мкА |
|------|--------------------|
| 0    |                    |
| 5    |                    |
| 10   |                    |
| ...  |                    |
| 180  |                    |

- 4) Вычислите по формуле (7.14) угловое расхождение лазерного луча.
- 5) Постройте график зависимости силы фототока от угла поворота поляроида вокруг оси лазерного пучка.
- 6) Сделайте вывод о характере поляризации лазерного излучения.

## 7.5. Перечень контрольных вопросов

- 1) Что такое спонтанное и индуцированное (вынужденное) излучение?
- 2) Что такое инверсная заселенность энергетических уровней и как она достигается?
- 3) Почему для усиления происходящего через среду светового потока необходима инверсная заселенность энергетических уровней?
- 4) Каков принцип работы трех- и четырехуровневого лазера?
- 5) Объясните принцип получения инверсной населенности в смеси газов.
- 6) Нарисуйте принципиальную схему лазера и расскажите принцип его работы.
- 7) Нарисуйте схему энергетических уровней лазера на смеси He-Ne, расскажите о возможных переходах между уровнями.
- 8) Зачем в газоразрядной трубке выходные окна ставятся под углом Брюстера?
- 9) Чем объясняется высокая направленность излучения лазера?
- 10) В чем заключается особенности индуцированного излучения?

## СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Савельев И.В. Курс общей физики: Учебник для вузов. Т.3. – М.: Наука, 1989. – 304 с.
2. Байбородин Ю.В. Основы лазерной техники. – Киев: Высш.шк. 1981. – 408 с.
3. Трофимова Т.И. Курс физики: Учеб. пособие для вузов. – 5-е изд. стер. – М.: Высш. шк. 1998. – 542 с.
4. Ярив А. Введение в оптическую электронику /Пер. с англ. под. ред. О.В. Богданкевича. – М.: Высш.шк. 1983. – 398 с.

## 8. ИЗУЧЕНИЕ ПОВЕДЕНИЯ МИКРОЧАСТИЦ В ОДНОМЕРНЫХ "ПОТЕНЦИАЛЬНЫХ ЯМАХ" РАЗЛИЧНОГО ТИПА РАСЧЁТНЫМ МЕТОДОМ

### 8.1. Цель работы

Изучение особенностей поведения микрочастиц в одномерных бесконечно глубоких "потенциальных ямах" трех типов: прямоугольной, параболической и гиперболической.

### 8.2. Содержание работы

Движение микрочастиц в различных силовых полях описывается в рамках нерелятивистской квантовой механики с помощью уравнения Шредингера, из которого вытекают наблюдаемые на опыте волновые свойства частиц. Это уравнение, как и все основные уравнения физики, не выводится, а постулируется. Его правильность подтверждается согласием результатов расчета с опытом. Волновое уравнение Шредингера имеет следующий общий вид [1,2]:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi + U(x, y, z, t) \cdot \psi = i\hbar \frac{\partial\psi}{\partial t}, \quad (8.1)$$

где  $\hbar = h/2\pi$ ,  $h = 6,623 \cdot 10^{-34}$  Дж · с - постоянная Планка;

$m$  - масса частицы;

$\Delta$  - оператор Лапласа  $\left( \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right)$ ;

$\psi = \psi(x, y, z, t)$  - искомая волновая функция частицы;

$U(x, y, z, t)$  - потенциальная функция частицы в силовом поле, где она движется;

$i$  - мнимая единица.

Это уравнение имеет решение лишь при условиях, накладываемых на волновую функцию:

- 1)  $\psi(x, y, z, t)$  должна быть конечной, однозначной и непрерывной;
- 2) первые производные от нее должны быть непрерывны;
- 3) функция  $|\psi|^2$  должна быть интегрируема, что в простейших случаях сводится к условию нормировки вероятностей.

Для многих физических явлений, происходящих в микромире, уравнение (8.1) можно упростить, исключив зависимость  $\psi$  от времени, т.е. найти уравнение Шредингера для стационарных состояний с фиксированными значениями энергии. Это возможно, если силовое поле, в котором частица движется, стационарно, т.е.  $U = U(x, y, z)$  не зависит явно от времени и имеет смысл потенциальной энергии. Тогда после преобразований можно прийти к уравнению Шредингера для стационарных состояний:

$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\psi = 0, \quad (8.2)$$

где  $\psi = \psi(x, y, z)$  - волновая функция только координат;

$E$  - параметр уравнения - полная энергия частицы.

Для этого уравнения реальный физический смысл имеют лишь такие решения, которые выражаются регулярными функциями  $\psi$  (называемыми собственными функциями), имеющими место только при определенных значениях параметра  $E$ , называемого собственным значением энергии. Эти значения  $E$  могут образовывать как непрерывный, так и дискретный ряд, т.е. как сплошной, так и дискретный спектр энергий.

Для какой-либо микрочастицы при наличии уравнения Шредингера типа (8.2) задача квантовой механики сводится к решению этого уравнения, т.е. нахождению значений волновых функций  $\psi = \psi(x, y, z)$ , соответствующих спектру собственных энергий  $E$ . Далее находится плотность вероятности  $|\psi|^2$ , определяющая в квантовой механике [1] вероятность нахождения частицы в единичном объеме в окрестности точки с координатами  $(x, y, z)$ .

Одним из простейших случаев решения уравнения Шредингера является задача о поведении частицы в одномерной прямоугольной "потенциальной яме" с бесконечно высокими "стенками". Такая "яма" для частицы, движущейся только вдоль оси  $X$ , описывается потенциальной энергией вида

$$U(x) = \begin{cases} \infty, & \text{при } x < 0, \\ 0, & \text{при } 0 \leq x \leq l, \\ \infty, & \text{при } x > l, \end{cases} \quad (8.3)$$

где  $l$  - ширина "ямы", а энергия отсчитывается от ее дна (рис. 8.1).

Уравнение Шредингера для стационарных состояний в случае одномерной задачи запишется в виде:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\psi = 0. \quad (8.4)$$

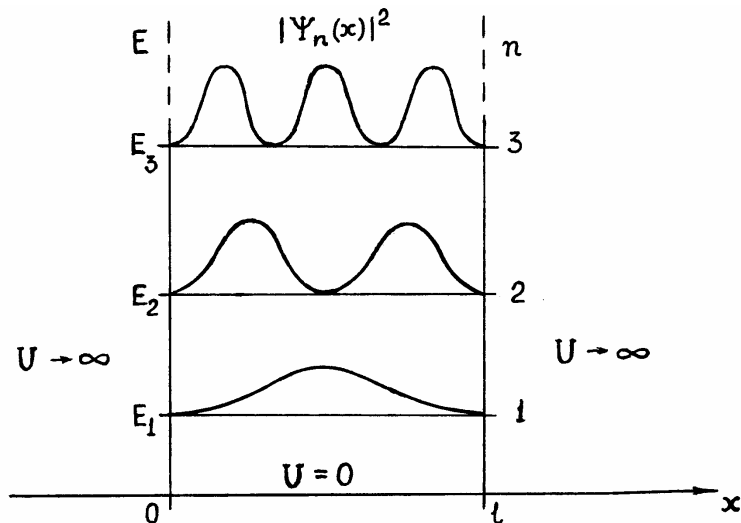


Рис. 8.1

В силу того, что "стенки ямы" бесконечно высокие, частица не проникает за пределы "ямы". Это приводит к граничным условиям:

$$\psi(0) = \psi(l) = 0. \quad (8.5)$$

В пределах "ямы" ( $0 \leq x \leq l$ ) уравнение (8.4) сводится к виду:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0 \quad (8.6)$$

или

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + k^2 \psi = 0, \quad (8.7)$$

где

$$k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} \quad (8.8)$$

Решение уравнения (8.7) с учетом граничных условий (8.5) имеет в простейшем случае вид:

$$\psi(x) = A \sin kx, \quad (8.9)$$

где

$$k = n\pi/l \quad (8.10)$$

при целочисленных значениях  $n$ .

Из выражений (8.8) и (8.10) следует, что

$$E_n = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2ml^2} \quad (n = 1, 2, 3...), \quad (8.11)$$

т.е. энергия стационарных состояний зависит от целого числа  $n$  (называемого квантовым числом) и имеет определенные дискретные значения, называемые уровнями энергии.

Следовательно, микрочастица в "потенциальной яме" с бесконечно высокими "стенками" может находиться только на определенном энергетическом уровне  $E_n$ , т.е. в дискретных квантовых состояниях  $n$ .

Подставив выражение (8.10) в (8.9) найдем собственные функции

$$\psi_n(x) = A \sin \frac{n\pi}{l} x. \quad (8.12)$$

Постоянная интегрирования  $A$  найдется из квантовомеханического (вероятностного) условия нормировки

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi|^2 dV = 1, \quad (8.13)$$

которое для данного случая запишется в виде:

$$A^2 \int_0^l \sin^2 \frac{n\pi}{l} x dx = 1. \quad (8.14)$$

Откуда в результате интегрирования получим  $A = \sqrt{2/l}$  и тогда имеем

$$\psi_n(x) = \sqrt{2/l} \sin \frac{n\pi}{l} x \quad (n = 1, 2, 3...). \quad (8.15)$$

Графики функции  $\psi_n(x)$  не имеют физического смысла, тогда как графики функции  $|\psi_n|^2$  показывают распределение плотности вероятности обнаружения частицы на различных расстояниях от "стенок ямы"(рис. 8.1). Как раз эти графики (как и  $\psi_n(x)$  - для сравнения) изучаются в данной работе и наглядно показывают, что представления о траекториях частицы в квантовой механике несостоятельны.

Из выражения (8.11) вытекает, что энергетический интервал между двумя соседними уровнями равен

$$\Delta E_n = E_{n+1} - E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} (2n+1). \quad (8.16)$$

Отсюда видно, что для микрочастиц (типа электрона) при больших размерах "ямы" ( $l \approx 10^{-1}$  м), энергетические уровни располагаются настолько тесно, что образуют практически непрерывный спектр. Такое состояние имеет место, например, для свободных электронов в металле. Если же размеры "ямы" соизмеримы с атомными ( $l \approx 10^{-10}$  м), то получается дискретный спектр энергии (линейчатый спектр). Эти виды спектров также могут быть изучены в данной работе для различных микрочастиц.

Другим случаем поведения микрочастиц (как, впрочем, и микросистем - маятников), часто встречаемым на практике (и рассматриваемым в этой работе), является задача о линейном гармоническом осцилляторе в квантовой механике.

Как известно, потенциальная энергия одномерного гармонического осциллятора массой  $m$  равна [1, 2]

$$U(x) = \frac{m\omega_0^2 x^2}{2}, \quad (8.17)$$

где  $\omega_0$  - собственная частота колебаний осциллятора,  $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ ;

$k$  - коэффициент упругости осциллятора.

Зависимость (8.17) имеет вид параболы, т.е. "потенциальная яма" в данном случае является параболической (рис. 8.2).

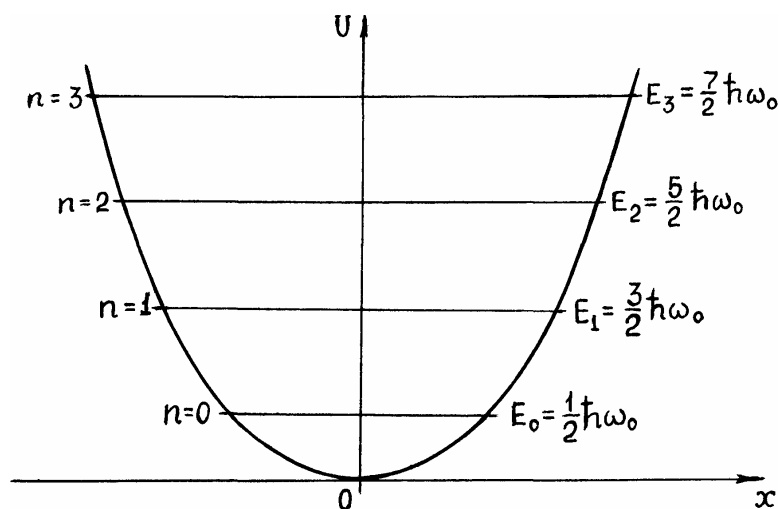


Рис. 8.2

Квантовый гармонический осциллятор описывается уравнением Шредингера (8.2), учитывающим выражение (8.17) для потенциальной энергии. Решение этого уравнения записывается в виде [3]:

$$\psi_n(x) = N_n e^{-\alpha x^2/2} \cdot H_n(x) \quad (8.18)$$

где  $N_n$  - постоянный нормирующий множитель, зависящий от целого числа  $n$ ;

$$\alpha = m\omega_0 / \hbar ;$$

$H_n(x)$  - полином степени  $n$ , коэффициенты которого вычисляются при помощи рекуррентной формулы при различных целочисленных  $n$ .

В теории дифференциальных уравнений можно доказать, что уравнение Шредингера имеет решение (8.18) лишь для собственных значений энергии:

$$E_n = (n + 1/2)\hbar\omega_0, \quad (8.19)$$

где  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$  - квантовое число.

Это значит, что энергия квантового осциллятора может принимать лишь дискретные значения, т.е. квантуется. При  $n = 0$  имеет место  $E_0 = \hbar\omega_0/2$ , т.е. энергия нулевых колебаний, что является типичным для квантовых систем и представляет собой прямое следствие соотношения неопределенности.

Как показывает детальное решение уравнения Шредингера для квантового осциллятора [3], каждому собственному значению энергии при разных  $n$  соответствует своя волновая функция, т.к. от  $n$  зависит постоянный нормирующий множитель

$$N_n = \sqrt{\frac{\alpha^{1/2}}{\pi^{1/2} n! 2^n}}, \quad (8.20)$$

а также  $H_n(x)$  - полином Чебышева - Эрмита степени  $n$ .

При этом первые два полинома равны:

$$\begin{aligned} H_0(x) &= 1; \\ H_1(x) &= 2x\sqrt{\alpha}. \end{aligned} \quad (8.21)$$

Любой последующий полином связан с ними по следующей рекуррентной формуле:

$$H_{n+1}(x) = 2x\sqrt{\alpha}H_n(x) - 2n \cdot H_{n-1}(x). \quad (8.22)$$

Собственные функции типа (8.18) позволяют найти для квантового осциллятора плотность вероятности нахождения микрочастицы как  $|\psi_n(x)|^2$  и исследовать ее поведение на различных уровнях энергии. Решение этой задачи затруднительно ввиду необходимости использования рекуррентной формулы. Эта задача успешно может решаться лишь с использованием ЭВМ, что и делается в настоящей работе.

### 8.3. Описание лабораторной установки

Данная работа проводится расчетным методом на персональном компьютере. Для ее выполнения используется специальная программа, созданная на языке TURBO-PASCAL, которая загружена в компьютер. Программа предназначена для расчета уровней энергии, волновой функции и плотности распределения вероятности нахождения микрочастицы в прямоугольной, параболической и гиперболической "потенциальных ямах". Функционально программа состоит из трех блоков, соответствующих каждой из указанных "потенциальных ям", которые, в свою очередь, подразделяются на:

- 1) блок расчета энергии ;
  - 2) блок расчета и построения графиков волновой функции и ее квадрата.
- Все блоки связаны между собой в интерактивное текстовое меню вида

|                                  |
|----------------------------------|
| расчет пси-функций:              |
| <i>Для «прямоугольной ямы»</i>   |
| <i>для «параболической ямы»</i>  |
| <i>для «гиперболической ямы»</i> |
| ВЫХОД ИЗ ПРОГРАММЫ               |

Один из пунктов меню выделяется подсветкой. Выбор пункта меню осуществляется с помощью клавиш "↑", "↓" и подтверждением клавишей "ВВОД".

На справочных экранах программы представлены необходимые диапазоны вводимых значений. В случае неправильного ввода данных действие программы прерывается.

Для успешного выполнения работы надо иметь лишь элементарные навыки пользования компьютером. Эти навыки сводятся лишь к умению работы с клавиатурой. В случае, если таких навыков у студента нет, необходимо перед выполнением работы проконсультироваться у преподавателя и выполнение работы проводить только в присутствии лаборанта или преподавателя.

**КАТЕГОРИЧЕСКИ ЗАПРЕЩАЕТСЯ** нажимать на клавиатуре какие-либо клавиши, кроме букв алфавита, цифр, знаков препинания, регистра, клавиш перемещения курсора и клавиши "ВВОД". Все остальные клавиши нажимаются **т о л ь к о** с разрешения и в присутствии лаборанта.

## 8.4. Методика проведения эксперимента и обработка результатов

### 8.4.1. Методика эксперимента

Заложенная в компьютер программа предполагает выполнение пяти заданий:

- 1) расчет собственных значений энергии для прямоугольной бесконечно глубокой "потенциальной ямы";
- 2) построение графиков пси-функции и вероятности нахождения частицы на заданном энергетическом уровне;
- 3) расчет и построение энергетического спектра уровней для параболической "ямы" квазиупругой силы;
- 4) построение графиков пси-функции и вероятности нахождения частицы на выбранном энергетическом уровне «параболической ямы».
- 5) расчет и построение графиков пси-функций и плотности вероятности нахождения микрочастиц на некоторых уровнях «гиперболической ямы».

Все эти задания могут выполняться для широкого интервала значений масс и параметров "потенциальных ям" для микрочастиц, которые вводятся в начале выполнения первого и третьего заданий.

В первом задании для прямоугольной "потенциальной ямы" вводятся значения массы частицы  $m$  в пределах от  $10^{-31}$  до  $10^{-26}$  кг, ширины "потенциальной ямы"  $l$  вдоль одной координаты  $x$  от  $10^{-5}$  до  $10^{-9}$  м и квантового числа  $n$  - целого, от 1 до 30. Последняя величина позволяет получить максимальное число уровней на экране монитора.

После ввода указанных данных компьютер рассчитывает значение собственной энергии для выбранного  $n$  и выводит его на экран монитора, а следующим кадром дает спектр уровней энергии в "яме" вблизи выбранного  $n$ .

Затем компьютер переходит к выполнению второго задания и рассчитывает значения пси-функции и ее квадрата (т.е. плотности вероятности) для уровня энергии с выбранным значением  $n$ . Эти кривые изображаются на экране монитора. На этом вычисления для "прямоугольной ямы" заканчиваются.

Далее компьютер переходит к выполнению третьего задания для "параболической ямы". Для этого вначале вводится значение собственной частоты колебаний квантового осциллятора  $\omega_0$  в пределах от  $10^{20}$  до  $10^{40}$  рад/с, и компьютер рассчитывает спектр уровней энергии внутри параболической "потенциальной ямы" и рисует его на экране монитора.

Затем выбирается и вводится квантовое число  $n$ , и компьютер приступает к расчету четвертого задания, т.е. вычисляет значения пси-функции и ее квадрата (плотности вероятности) для этого уровня. После этих расчетов на экран монитора выводятся указанные распределения для выбранного уровня  $n$ .

В последнем задании компьютер рассчитывает и строит графики пси-функций и плотности вероятности нахождения микрочастиц на некоторых уровнях «гиперболической ямы» (например, для электрона в атоме водорода).

Все графики могут рассматриваться на экране монитора, зарисовываться в протокол работы или распечатываться на принтере для сравнения и анализа полученных результатов.

Расчет всех пяти заданий выполняется на компьютере довольно быстро (порядка 15 - 20 мин), что позволяет проводить его неоднократно в течение занятия.

После выполнения всей работы ее можно повторить для других значений параметров, вводимых в процессе работы, а затем сравнить полученные результаты.

#### 8.4.2. Порядок выполнения работы

1. При домашней подготовке выберите и запишите в протокол (в произвольной форме) значения массы микрочастицы, ширины "потенциальной ямы" и уровней энергии, предполагаемые для изучения.

В лаборатории перед началом работы обсудите с преподавателем целесообразность расчетов для выбранных параметров. Затем проверьте включены ли системный блок и монитор (а также, при возможности, и принтер). Если Вы впервые работаете на данном типе компьютера, получите необходимый инструктаж по его эксплуатации у лаборанта.

Получив разрешение на работу, с помощью клавиш управления курсором выделите пункт меню <ДЛЯ "ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ЯМЫ">, нажмите клавишу <ВВОД> и приступайте к выполнению задания.

2. Введите выбранные значения массы микрочастицы на машинном языке (например,  $10^{-31} = 1\text{E}-31$ ), ширины "потенциальной ямы" и целого квантового числа  $n$ .

Помните, что после набора соответствующего числа на клавиатуре и проверки ее на экране монитора нужно нажимать клавишу <ВВОД> для отправки этого числа в расчетную программу.

3. Приготовьте Ваш протокол работы для того, чтобы вписать в него расчетное значение собственной энергии и зарисовать картину спектра уровней энергии для прямоугольной "потенциальной ямы". Сделайте эти записи и зарисовки в протоколе.

4. После окончания зарисовки нажмите любую клавишу и перейдите к выполнению второго задания по расчету  $\psi$ -функции и ее квадрата. По окончании расчета на экране монитора будут построены графики  $\psi$ -функции и ее квадрата. Зарисуйте их в свой протокол работы. После этого нажмите любую клавишу.

5. Затем выделите пункт меню <ДЛЯ "ПАРАБОЛИЧЕСКОЙ ЯМЫ">, нажмите клавишу <ВВОД> и перейдите к выполнению третьего задания. Вначале введите значение собственной частоты квантового осциллятора (в указанном на экране пределе), а затем значения квантового числа  $n$ . После этого нажмите любую клавишу и на экране монитора получите спектр уровней энергии для параболической "потенциальной ямы". Срисуйте его в Ваш протокол.

6. Закончив зарисовку, нажмите любую клавишу и переходите к выполнению четвертого задания. Для этого введите значения квантового числа  $n$  (в указанном на экране пределе) и нажмите любую клавишу. На экране монитора появится сообщение <ДУМАЮ...>. После расчета на экране монитора будут представлены последовательно графики  $\psi$ -функции и  $|\psi(x)|^2$  для выбранного уровня энергии с квантовым числом  $n$  для изучаемой "ямы". Зарисуйте их в Ваш протокол работы.

7. Выполнив тем самым весь цикл работы, при наличии времени повторите ее для других параметров изучаемых микрочастиц и "потенциальных ям". Перерисуйте результаты в протокол своей работы.

8. При наличии времени или по заданию преподавателя, исследуйте вид графиков  $\psi$ -функции и зависимости от  $r$  функции  $4\pi r^2 |\psi(r)|^2$ , т.е. радиальной плотности вероятности нахождения электрона в гиперболической "потенциальной яме", соответствующей нахождению электрона в атоме водорода на некотором расстоянии  $r$  от ядра [1, 2]. Для этого выделите в главном меню пункт <ДЛЯ "ГИПЕРБОЛИЧЕСКОЙ ЯМЫ"> и нажмите клавишу <ВВОД>. Введите выбранное значение главного квантового числа  $n$  (не более 3) и соответствующие значения квантовых чисел  $l$  и  $m_l$ . После нажатия на клавишу <ВВОД> компьютер рассчитает кривые  $\psi(r)$  и радиальной плотности вероятности  $4\pi r^2 |\psi(r)|^2$  для введенных  $n$ ,  $l$  и  $m_l$  и выдаст их на экране монитора. Срисуйте их в Ваш протокол работы.

9. Для окончания работы выделите в главном меню пункт <ВЫХОД ИЗ ПРОГРАММЫ> и нажмите клавишу <ВВОД>. На этом Ваше выполнение работы закончено.

#### 8.4.3. Обработка результатов измерений.

При домашней обработке результатов сравните полученные значения собственной энергии изучаемых уровней и все графики для идеализированной прямоугольной "потенциальной ямы", для "параболической ямы" квазиупругой силы квантового осциллятора, а также для "гиперболической ямы", соответствующей пребыванию электрона в атоме водорода. Сделайте выводы об особенностях распределения  $\psi$ -функции и  $|\psi(x)|^2$  (т.е. плотности вероятности) для всех изучаемых "ям". Сравните Ваши результаты с теоретическими результатами для аналогичных классических частиц [1, 2, 4]. Ответьте на контрольные вопросы.

#### 8.5. Перечень контрольных вопросов

1. Что определяет уравнение Шредингера? Как записывается его общий вид и вид для стационарных состояний?

2. Как решается уравнение Шредингера для прямоугольной "потенциальной ямы"? Каковы следствия из этого решения?

3. Как решается уравнение Шредингера для "параболической ямы" квантового осциллятора? Каковы следствия из этого решения?

4. Каковы следствия из решения уравнения Шредингера для "гиперболической ямы", соответствующей нахождению электрона в атоме водорода?

5. Как ведет себя классическая частица в аналогичных изучаемым "потенциальных ямах"?

6. Какие выводы можно сделать из полученных результатов работы?

### СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Трофимова Т.И. Курс физики, М.: Высшая школа, 1997. - § 216 - 222.
2. Савельев И.В. Курс общей физики, т.3, М.: Наука, 1979. -§ 21,22, 23, 27, 28.
3. Шпольский Э.В. Атомная физика, т.1, М.: Физматгиз, 1963. -§ 158,159.
4. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики, М.: Высшая школа, 1989. § 37.5 - 37.9, 39.1 - 39.3.

## 9. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОДВИЖУЩЕЙ СИЛЫ И УДЕЛЬНОЙ ТЕРМО-Э.Д.С ТЕРМОПАРЫ

### 9.1. Цель работы

Определение зависимости термоэлектродвижущей силы термопары от разности температур спаев.

### 9.2. Содержание работы

В замкнутой цепи (рис. 9.1), состоящей из разнородных проводников (или полупроводников) А и В, возникает электродвижущая сила (э.д.с.)  $E_T$  и течет ток, если контакты 1 и 2 этих проводников поддерживаются при различных температурах  $T_1$  и  $T_2$ . Эта э.д.с. называется термоэлектродвижущей силой (термо-э.д.с.), а электрическая цепь из двух разнородных проводников называется термопарой. При изменении знака разности температур спаев изменяется направление тока термопары. Это явление называется явлением Зеебека [1–5].

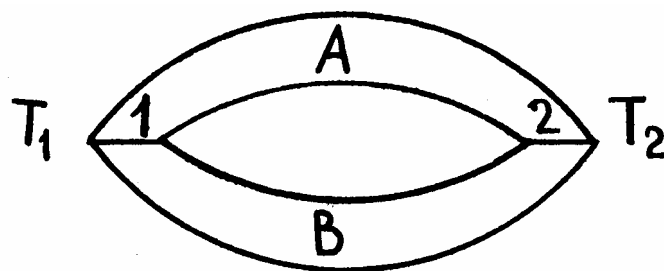


Рис. 9.1

Известны три причины возникновения термо-э.д.с.: образование направленного потока носителей зарядов в проводнике при наличии градиента температур, увлечение электронов фононами и изменение положения уровня Ферми в зависимости от температуры. Рассмотрим эти причины подробнее.

При наличии градиента температуры  $dT/dl$  вдоль проводника электроны на горячем его конце обладают большей кинетической энергией, а значит и большей скоростью хаотического движения по сравнению с электронами холодного конца. В результате возникает преимущественный поток электронов от горячего конца проводника к холодному, на холодном конце накапливается отрицательный, а на горячем остается нескомпенсированный положительный заряд. Накопление продолжается до тех пор, пока возникшая разность потенциалов не вызовет равный поток электронов. Алгебраическая сумма таких разностей потенциалов в цепи создает объемную составляющую термо-э.д.с.

Помимо этого, имеющийся градиент температуры в проводнике приводит к возникновению преимущественного движения (дрейфа) фононов (квантов колебательной энергии кристаллической решетки проводника) от горячего конца к холодному. Существование такого дрейфа приводит к тому, что электроны, рассеиваемые на фононах, сами начинают совершать направленное движение от горячего конца к холодному. Накопление электронов на холодном конце проводника и обеднение электронами горячего конца приводит к возникновению фононной со-

ставляющей термо-э.д.с. Причем при низких температурах вклад этой составляющей является основным в возникновении термо-э.д.с.

В результате обоих процессов внутри проводника возникает электрическое поле, направленное навстречу градиенту температуры. Напряженность этого поля можно представить в виде

$$E = -\frac{d\varphi}{d\ell} = -\frac{d\varphi}{dT} \frac{dT}{d\ell} = -\beta \frac{dT}{d\ell}, \quad (9.1)$$

где  $\beta = \frac{d\varphi}{dT}$ .

Соотношение (9.1) связывает напряженность электрического поля  $E$  с градиентом температуры  $dT/d\ell$ . Возникающее поле и градиент температуры имеют противоположные направления, поэтому они имеют разные знаки.

Определяемое выражением (9.1) поле является полем сторонних сил. Проинтегрировав напряженность этого поля по участку цепи АВ (рис 9.1) от спая 2 до спая 1 и предполагая, что  $T_2 > T_1$ , получим выражение для термо-э.д.с., действующей на этом участке:

$$E_{2A1} = -\int_2^1 \beta_A \frac{dT}{d\ell} d\ell = \int_{T_1}^{T_2} \beta_A dT. \quad (9.2)$$

(Знак изменился при изменении пределов интегрирования.) Аналогично определим термо-э.д.с., действующую на участке В от спая 1 до спая 2.

$$E_{1B2} = -\int_1^2 \beta_B \frac{dT}{d\ell} d\ell = -\int_{T_1}^{T_2} \beta_B dT. \quad (9.3)$$

Третья причина возникновения термо-э.д.с. заключается в зависимости от температуры положения уровня Ферми, который соответствует наивысшему энергетическому уровню, занятому электронами. Уровню Ферми соответствует энергия Ферми  $E_F$ , которую могут иметь электроны на этом уровне.

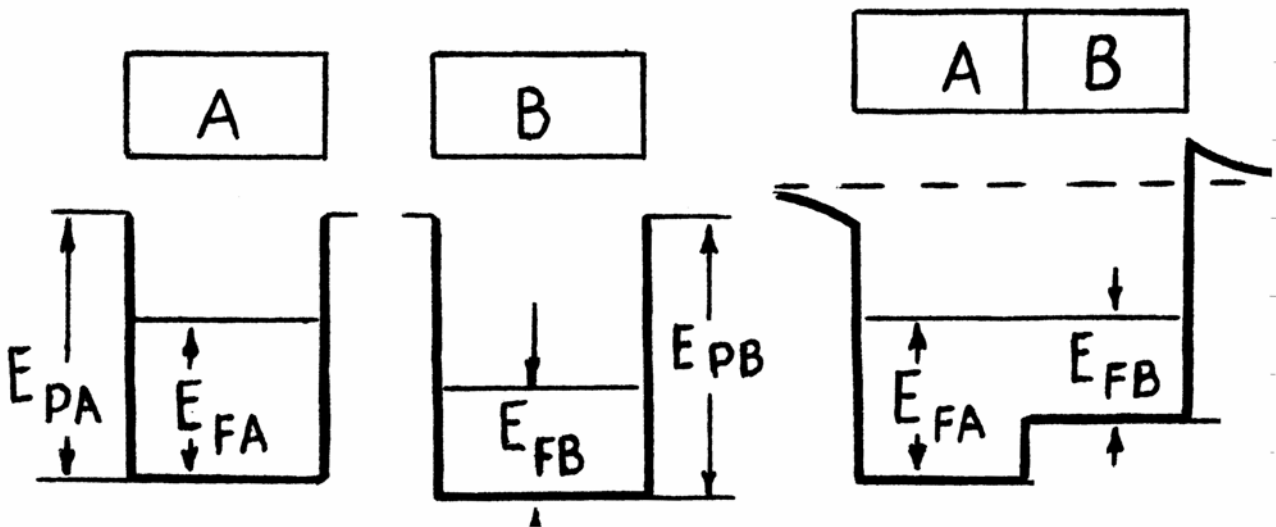


Рис. 9.2

Энергия Ферми – максимальная энергия, которую могут иметь электроны проводимости в металле при 0 К. Уровень Ферми будет тем выше, чем больше плотность электронного газа. Например (рис.9.2),  $E_{FA}$  – энергия Ферми для металла А, а  $E_{FB}$  – для металла В. Значения  $E_{PA}$  и  $E_{PB}$  – это наибольшая потенциальная энергия электронов в металлах А и В соответственно [4]. При контакте двух разнородных металлов А и В наличие разности уровней Ферми ( $E_{FA} > E_{FB}$ ) приводит к возникновению перехода электронов из металла А (с более высоким уровнем) в металл В (с низким уровнем Ферми). При этом металл А заряжается положительно, а металл В отрицательно. Появление этих зарядов вызывает смещение энергетических уровней металлов, в том числе уровней Ферми. Как только уровни Ферми выравниваются, причина, вызывающая преимущественный переход электронов из металла А в металл В, исчезает, и между металлами устанавливается динамическое равновесие. Из рис. 9.2 видно, что потенциальная энергия электрона в металле А меньше, чем в В на величину  $E_{FA} - E_{FB}$ . Соответственно потенциал внутри металла А выше, чем внутри В, на величину

$$U_{AB} = \frac{E_{FA} - E_{FB}}{\ell}. \quad (9.4)$$

Это выражение дает внутреннюю контактную разность потенциалов. На такую величину убывает потенциал при переходе из металла А в металл В. Если оба спая термопары (см. рис. 9.1) находятся при одной и той же температуре, то контактные разности потенциалов равны и направлены в противоположные стороны. В этом случае они компенсируют друг друга. Известно что уровень Ферми хоть и слабо, но зависит от температуры. Поэтому, если температура спаев 1 и 2 различна, то разность  $U_{AB}(T_1) - U_{AB}(T_2)$  на контактах дает свой контактный вклад в термо-э.д.с. Он может быть сравним с объемной термо-э.д.с. и равен:

$$E_{конт} = U_{AB}(T_1) - U_{AB}(T_2) = \frac{1}{\ell} \left\{ [E_{FA}(T_1) - E_{FB}(T_1)] + [E_{FB}(T_2) - E_{FA}(T_2)] \right\}. \quad (9.5)$$

Последнее выражение можно представить следующим образом:

$$E_{конт} = \int_{T_1}^{T_2} \left( \frac{1}{\ell} \frac{dE_{FB}}{dT} \right) dT - \int_{T_1}^{T_2} \left( \frac{1}{\ell} \frac{dE_{FA}}{dT} \right) dT. \quad (9.6)$$

Результирующая термо-э.д.с. ( $E_T$ ) складывается из э.д.с., действующих в контактах 1 и 2 и э.д.с., действующих на участках А и В.

$$E_T = E_{2A1} + E_{1B2} + E_{конт}. \quad (9.7)$$

Подставив в (9.7) выражения, (9.3) и (9.6) и проводя преобразования, получим

$$E_T = \int_{T_1}^{T_2} \left( \beta_A - \frac{1}{\ell} \frac{dE_{FA}}{dT} \right) dT - \int_{T_1}^{T_2} \left( \beta_B - \frac{1}{\ell} \frac{dE_{FB}}{dT} \right) dT. \quad (9.8)$$

где 
$$\alpha = \beta - \frac{1}{\ell} \frac{dE_F}{dT}. \quad (9.9)$$

Величина  $\alpha$  называется коэффициентом термо-э.д.с. Так как и  $\beta$  и  $dE_F/dT$  зависят от температуры, то коэффициент  $\alpha$  тоже является функцией  $T$ .

Приняв во внимание (9.9), выражение для термо-э.д.с. можно представить в виде:

$$E_T = \int_{T_1}^{T_2} \alpha_A dT - \int_{T_1}^{T_2} \alpha_B dT \quad (9.10)$$

или

$$E_T = \int_{T_1}^{T_2} \alpha_{AB} dT, \quad (9.11)$$

где  $\alpha_{AB} = \alpha_A - \alpha_B$ .

Величину  $\alpha_{AB}$  называют *дифференциальной* или *удельной термо-э.д.с.* данной пары металлов. Измеряется она в В/К и существенно зависит от природы контактирующих материалов, а также интервала температур, достигая порядка  $10^{-5} \div 10^{-4}$  В/К. В небольшом интервале температур ( $0 - 100^\circ \text{C}$ ) удельная термо-э.д.с. слабо зависит от температуры. Тогда формулу (9.11) можно с достаточной степенью точности представить в виде:

$$E_T = \alpha (T_2 - T_1). \quad (9.12)$$

В полупроводниках, в отличие от металлов, существует сильная зависимость концентрации носителей зарядов и их подвижности от температуры. Поэтому рассмотренные выше эффекты, приводящие к образованию термо-э.д.с., выражены в полупроводниках сильнее, удельная термо-э.д.с. значительно больше и достигает значений порядка  $10^{-3}$  В/К.

### 9.3. Описание лабораторной установки

Для изучения зависимости термо-э.д.с. от разности температур спаев (контактов) в настоящей работе используется термопара, изготовленная из двух отрезков проволоки, один из которых является сплавом на основе хрома (хромель), а другой сплавом на основе алюминия (алюмель). Один спай вместе с термометром помещен в сосуд с водой, температура  $T_2$  которой может изменяться путем нагрева на электроплитке. Температура другого спае  $T_1$  поддерживается постоянной (рис.9.3). Возникающая термо-э.д.с. измеряется цифровым вольтметром.

### 9.4. Методика проведения эксперимента и обработка результатов

#### 9.4.1. Методика эксперимента

В работе используются прямые измерения возникающей в термопаре э.д.с. Температура спаев определяется по температуре воды в сосудах с помощью термометра (см. рис. 9.3)

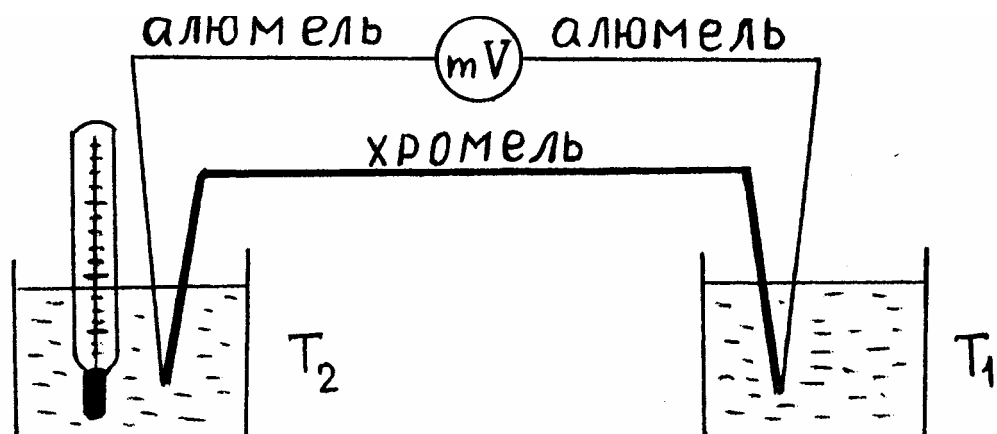


Рис. 9.3

#### 9.4.2. Порядок выполнения работы

- 1) Включите сетевой шнур вольтметра в сеть.
- 2) Нажмите кнопку сеть на передней панели цифрового вольтметра. Дайте прибору прогреться в течение 20 минут.
- 3) Отпустите винт зажима на стойке термопары, поднимите ее вверх и закрепите. Налейте в оба стакана холодную воду. Отпустите спай термопары в стаканы приблизительно на половину глубины воды.
- 4) Запишите в табл. 9.1 значение начальной температуры  $T_1$  спаев (воды) по термометру (для другого спая она остается постоянной в течение всего эксперимента).
- 5) Включите электроплитку.
- 6) Записывайте значения э.д.с. и температуры  $T_2$  в табл. 9.1 через каждые десять градусов.
- 7) При закипании воды выключите электроплитку и вольтметр.

Таблица 9.1

| № | $T_1, K$ | $T_2, K$ | $\Delta T, K$ | $E_T, B$ | $\alpha, \frac{B}{K}$ |
|---|----------|----------|---------------|----------|-----------------------|
| 1 |          |          |               |          |                       |
| 2 |          |          |               |          |                       |

#### 9.4.3. Обработка результатов измерений

- 1) По данным измерений постройте график зависимости э.д.с. термопары  $E_T$  (ось ординат) от разности температур спаев  $\Delta T = T_2 - T_1$  (ось абсцисс).

- 2) Пользуясь полученным графиком линейной зависимости  $E_T$  от  $\Delta T$ , определите удельную термо-э.д.с. по формуле:  $\alpha = \frac{\Delta E_T}{\Delta(\Delta T)}$ .

#### 9.5. Перечень контрольных вопросов

- 1) В чем состоит сущность и какова природа явления Зеебека?
- 2) Чем обусловлено возникновение объемной составляющей термо-э.д.с.?
- 3) Чем обусловлено возникновение фоновой составляющей термо-э.д.с.?
- 4) Чем обусловлено возникновение контактной разности потенциалов?
- 5) Какие устройства называются термопарами и где они применяются?
- 6) В чем состоит сущность и какова природа явлений Пельтье и Томсона?

#### СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Савельев И. В. Курс общей физики. Т.3. – М.: Наука, 1982. – 304 с.
2. Епифанов Г. И. Физика твердого тела. М.: Высшая школа, 1977. – 288 с.
3. Сивухин Д. В. Общий курс физики. Электричество. Т.3. – М.: Наука, 1983. – 688 с.
4. Трофимова Т. И. Курс физики. М. : Высшая школа, 1985. – 432 с.
5. Детлаф А. А., Яворский В. М. Курс физики. М. : Высшая школа, 1989. – 608 с.

## 10. ИЗУЧЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОЙ ЗАВИСИМОСТИ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ МЕТАЛЛОВ И ПОЛУПРОВОДНИКОВ

### 10.1. Цель работы

Исследование зависимости электрического сопротивления металлических проводников и полупроводников от температуры; расчет температурного коэффициента сопротивления  $\alpha$  и определение ширины запрещенной зоны полупроводника  $\Delta E$ .

### 10.2. Содержание работы

Электропроводность есть способность тела пропускать электрический ток под действием электрического поля. Для характеристики этого явления служит величина удельной электропроводности  $\sigma$ . Как показывает теория [1-3], величину  $\sigma$  можно выразить через концентрацию  $n$  свободных носителей заряда, их заряд  $e$ , массу  $m$ , время свободного пробега  $\tau_e$ , длину свободного пробега  $\lambda_e$  и среднюю дрейфовую скорость  $\langle v \rangle$  носителей заряда. Для металлов в роли свободных носителей заряда выступают свободные электроны, так что :

$$\sigma = \frac{ne^2\tau_e}{m} = \frac{ne^2}{m} \cdot \frac{\lambda_e}{\langle v \rangle} = enu, \quad (10.1)$$

где  $u$  - подвижность носителей, т.е. физическая величина, численно равная дрейфовой скорости, приобретенной носителями в поле единичной напряженности, а именно

$$u = \frac{\langle v \rangle}{E} = \frac{e\tau_e}{m}.$$

В зависимости от  $\sigma$  все вещества подразделяются на проводники - с  $\sigma > 10^6$  (Ом·м)<sup>-1</sup>, диэлектрики - с  $\sigma > 10^{-8}$  (Ом·м)<sup>-1</sup> и полупроводники - с промежуточным значением  $\sigma$ .

С точки зрения зонной теории деление веществ на проводники, полупроводники и диэлектрики определяется тем, как заполнена электронами при 0 К валентная зона кристалла: частично или полностью.

Энергия, которая сообщается электронам даже слабым электрическим полем, сравнима с расстоянием между уровнями в энергетической зоне. Если в зоне есть свободные уровни, то электроны, возбужденные внешним электрическим полем, будут заполнять их. Квантовое состояние системы электронов будет изменяться, и в кристалле появится преимущественное (направленное) движение электронов против поля, т.е. электрический ток. Такие тела (рис.10.1,а) являются проводниками.

Если валентная зона заполнена целиком, то изменение состояния системы электронов может произойти только при переходе их через запрещенную зону. Энергия внешнего электрического поля такой переход осуществить не может. Пе-

рестановка электронов внутри полностью заполненной зоны не вызывает изменения квантового состояния системы, т.к. сами по себе электроны неразличимы. В таких кристаллах (рис. 10.1,б) внешнее электрическое поле не вызовет появление электрического тока, и они будут непроводниками (диэлектриками). Из этой группы веществ выделены те, у которых ширина запрещенной зоны  $\Delta E \leq 1 \text{ эВ}$  ( $1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$ ). Переход электронов через запрещенную зону у таких тел можно осуществить, например, посредством теплового возбуждения. При этом освобождается часть уровней - валентной зоны и частично заполняются уровни следующей за ней свободной зоны (зоны проводимости). Эти вещества являются полупроводниками.

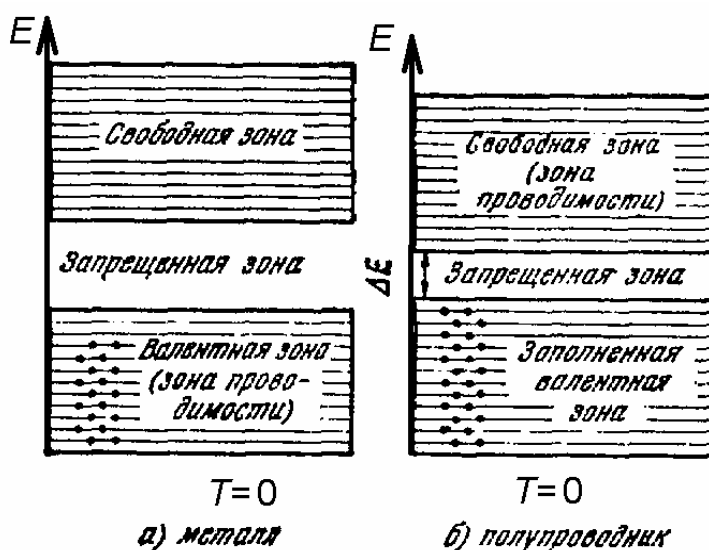


Рис.10.1

Согласно выражению (10.1) изменение электропроводности (электрического сопротивления) тел с температурой может быть вызвано изменением концентрации  $n$  носителей заряда или изменением их подвижности  $u$ .

**М е т а л л ы.** Квантово-механические расчеты показывают, что для металлов концентрация  $n$  свободных носителей заряда (электронов) равна:

$$n = \frac{1}{3\pi^2} \left( \frac{2mE_F}{\hbar^2} \right)^{3/2}, \quad (10.2)$$

где  $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$  - нормированная постоянная Планка,  $E_F$  - энергия Ферми.

Так как  $E_F$  практически от температуры  $T$  не зависит, то и концентрация носителей заряда от температуры не зависит. Следовательно, температурная зависимость электропроводности металлов будет полностью определяться подвижностью  $u$  электронов, как и следует из формулы (10.1). Тогда в области высоких температур

$$u \sim \frac{\lambda_e}{\langle v \rangle} \sim T^{-1}, \quad (10.3)$$

а в области низких температур

$$u \sim \frac{\lambda_e}{\langle v \rangle} \sim \text{const}(T). \quad (10.4)$$

Степень подвижности носителей заряда будет определяться процессами рассеяния, т.е. взаимодействием электронов с периодическим полем решетки. Так как поле идеальной решетки строго периодическое, а состояние электронов - стационарное, то рассеяние (возникновение электрического сопротивления металла) может быть вызвано только дефектами (примесными атомами, искажениями структуры и т.д.) и тепловыми колебаниями решетки (фононами).

Вблизи 0 К, где интенсивность тепловых колебаний решетки и концентрация фононов близка к нулю, преобладает рассеяние на примесях (электрон-примесное рассеяние). Проводимость при этом практически не меняется, как следует из формулы (10.4), а удельное сопротивление

$$\rho = \frac{1}{\sigma}$$

имеет постоянное значение, которое называется удельным остаточным сопротивлением  $\rho_{ост}$  или удельным примесным сопротивлением  $\rho_{прим}$ , т.е.

$$\rho_{ост} \text{ (или } \rho_{прим}) = \text{const}(T). \quad (10.5)$$

В области высоких температур у металлов становится преобладающим электрон-фононный механизм рассеяния. При таком механизме рассеяния электропроводность обратно пропорциональна температуре, как видно из формулы (10.3), а удельное сопротивление прямо пропорционально температуре:

$$\rho_{\phi} \sim T.$$

График зависимости удельного сопротивления  $\rho$  от температуры приведен на рис. 10.2

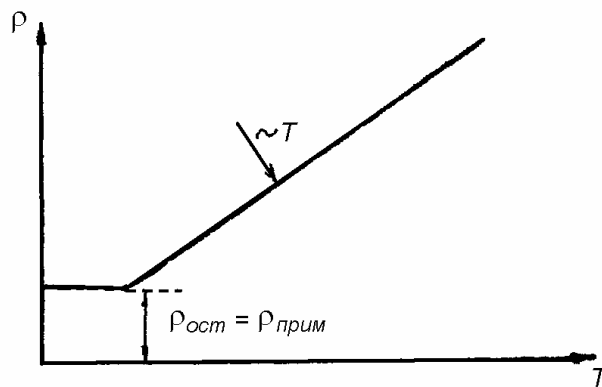


Рис. 10.2

При температурах отличных от 0 К и достаточно большом количестве примесей могут иметь место как электрон-фононное, так и электрон-примесное рассеяние; суммарное удельное сопротивление имеет вид

$$\rho = \rho_{прим} + \rho_{\phi}. \quad (10.6)$$

Выражение (10.6) представляет собой правило Матиссена об аддитивности сопротивления. Следует отметить, что как электрон-фононное, так и электрон-примесное рассеяние носит хаотический характер.

**П о л у п р о в о д н и к и .** Квантово-механические расчеты подвижности носителей в полупроводниках показали, что, во-первых, с повышением температуры подвижность носителей  $u$  убывает, и решающим в определении подвижности является тот механизм рассеяния, который обуславливает наиболее низкую подвижность. Во-вторых, зависимость подвижности носителей заряда от уровня легирования (концентрации примесей) показывает, что при малом уровне легирования подвижность будет определяться рассеянием на колебаниях решетки и, следовательно, не должна зависеть от концентрации примесей. При высоких уровнях легирования она должна определяться рассеиванием на ионизированной легирующей примеси и уменьшаться с увеличением концентрации примеси. Таким образом, изменение подвижности носителей заряда не должно вносить заметного вклада в изменение электрического сопротивления полупроводника.

В соответствии с выражением (10.1) основной вклад в изменение электропроводности полупроводников должно вносить изменение концентрации  $n$  носителей заряда [1-3].

Главным признаком полупроводников является активационная природа проводимости, т.е. резко выраженная зависимость концентрации носителей от внешних воздействий, как-то температуры, облучения и т.д. Это объясняется узостью запрещенной зоны ( $\Delta E \leq 1$  эВ) у собственных полупроводников и наличием дополнительных уровней в запрещенной зоне у примесных полупроводников.

Электропроводность химически чистых полупроводников называется собственной проводимостью. Собственная проводимость полупроводников возникает в результате перехода электронов ( $n$ ) с верхних уровней валентной зоны в зону проводимости и образованием дырок ( $p$ ) в валентной зоне:

$$\sigma = \sigma_n + \sigma_p = en_n u_n + ep_p u_p, \quad (10.7)$$

где  $n_n$  и  $n_p$  – концентрация электронов и дырок,

$u_n$  и  $u_p$  – соответственно их подвижности,

$e$  – заряд носителя.

С повышением температуры концентрация электронов в зоне проводимости и дырок в валентной зоне экспоненциально возрастает:

$$n_n = n_{no} \exp\left(-\frac{\Delta E}{2kT}\right) = n_p = n_{po} \exp\left(-\frac{\Delta E}{2kT}\right), \quad (10.8)$$

где  $n_{no}$  и  $n_{po}$  – концентрации электронов и дырок при  $T \rightarrow \infty$ .

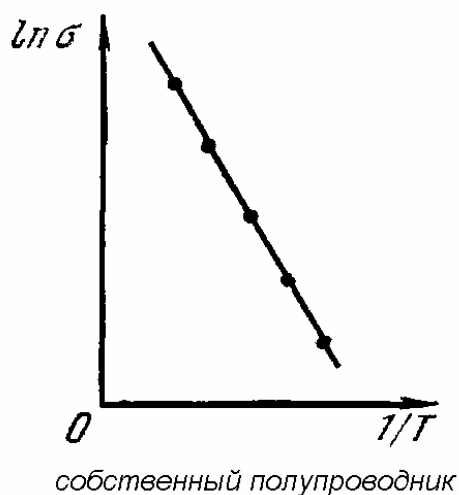
Следовательно, в соответствии с (10.1) аналогично возрастает и собственная проводимость полупроводника:

$$\sigma = \sigma_0 \exp\left(-\frac{\Delta E}{2kT}\right), \quad (10.9)$$

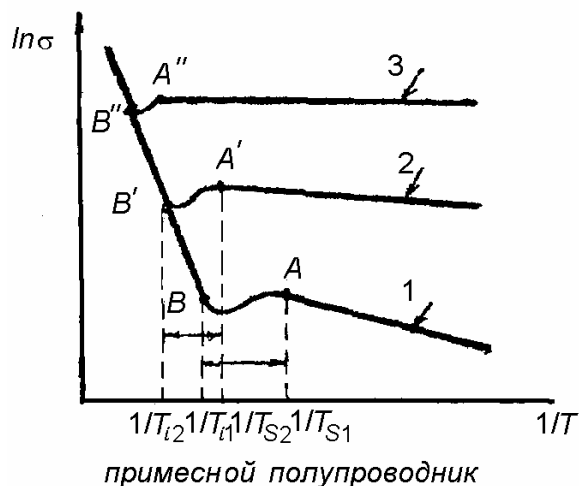
где  $\sigma_0$  – электропроводность полупроводника при  $T \rightarrow \infty$ ,

$k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К – постоянная Больцмана.

На рисунке 10.3,а приведен график зависимости логарифма электропроводности  $\ln \sigma$  собственного полупроводника от обратной температуры  $1/T$ :  $\ln \sigma = f(1/T)$ . График представляет собой прямую, по наклону которой можно определить ширину запрещенной зоны  $\Delta E$ .



а



б

Рис. 10.3

Электропроводность легированных полупроводников обусловлена наличием в них примесных центров. Температурная зависимость таких полупроводников определяется не только концентрацией основных носителей, но и концентрацией носителей, поставляемых примесными центрами. На рис. 10.3,б приведены графики зависимости  $\ln \sigma = f(1/T)$  для полупроводников с различной степенью легирования ( $n_1 < n_2 < n_3$ , где  $n$  – концентрация примеси).

Для слаболегированных полупроводников в области низких температур преобладают переходы с участием примесных уровней. С повышением температуры растет концентрация примесных носителей, значит растет и примесная проводимость. При достижении т. А (см. рис. 10.3,б; кривая 1) – температуры истощения примеси  $T_{S1}$  – все примесные носители будут переведены в зону проводимости. Выше температуры  $T_{S1}$  и до температуры перехода к собственной проводимости  $T_{i1}$  (см. т. В, кривая 1, рис. 10.3,б) электропроводность падает, а сопротивление полупроводника растет. Выше температуры  $T_{i1}$  преобладает собственная электропроводность, т.е. в зону проводимости вследствие теплового возбуждения переходят собственные носители заряда. В области собственной проводимости  $\sigma$  растет, а  $\rho$  падает.

Для сильнолегированных полупроводников, у которых концентрация примеси  $n \sim 10^{26} \text{ м}^{-3}$ , т.е. соизмерима с концентрацией носителей заряда в металлах (см. кривая 3, рис. 10.3,б), зависимость  $\sigma$  от температуры наблюдается только в области собственной проводимости. С ростом концентрации примесей величина интервала  $AB$  ( $AB > A'B' > A''B''$ ) уменьшается (см. рис. 10.3,б).

Как в области примесной проводимости, так и в области собственной проводимости преобладает электрон-фононный механизм рассеяния. В области истощения примеси (интервалы  $AB$ ,  $A'B'$ ,  $A''B''$ ) вблизи температуры  $T_S$  преобладает электрон-примесное рассеяние. По мере увеличения температуры (перехода к  $T_i$ ) начинает преобладать электрон-фононное рассеяние. Таким образом, интервал  $AB$  ( $A'B'$  или  $A''B''$ ), называемый областью истощения примеси, является также областью перехода от механизма примесной проводимости к механизму собственной проводимости.

### 10.3. Описание лабораторной установки

В данной работе для измерения электрических сопротивлений металлического проводника и полупроводника при различных температурах используется установка, электрическая схема которой приведена на рис. 10.4.

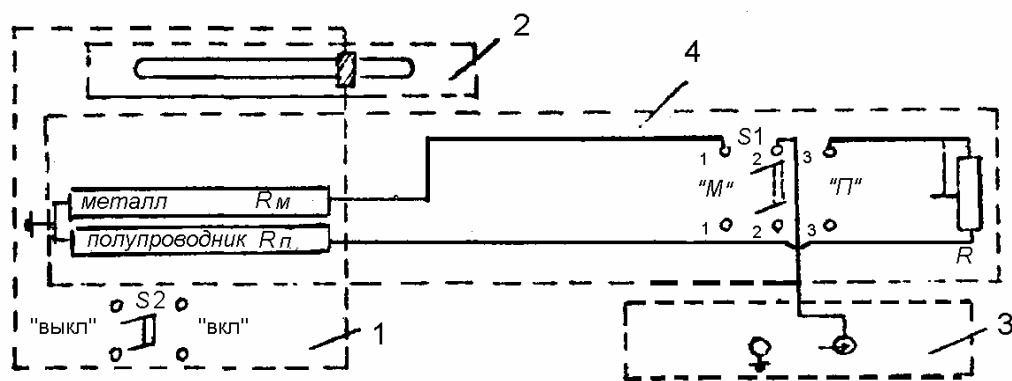


Рис. 10.4

Функционально установка может быть разбита на четыре блока. Б л о к 1 служит для нагревания исследуемых образцов. Он представляет собой нагревательную печь, включаемую тумблером  $S2$ . Б л о к 2 – жидкостный термометр – служит для измерения температуры образцов. Б л о к 3 – цифровой универсальный вольтметр, работающий в режиме измерения сопротивлений. Б л о к 4 – представляет собой комплект исследуемых образцов: металл  $R_M$  и полупроводник  $R_П$ . Выбор металлического проводника или полупроводника осуществляется тумблером  $S1$ : положение "М" соответствует металлическому образцу, положение "П" – полупроводнику.

Используемые образцы размещены внутри нагревательной печи; панель с тумблером  $S1$  расположена справа на боковой стороне нагревательной печи.

**В н и м а н и е !** Не прикасайтесь к токонесущим частям электрической схемы.

### 10.4. Методика проведения эксперимента и обработка результатов

#### 10.4.1. Методика эксперимента

В основе настоящей работы лежат прямые измерения электрических сопротивлений и температур методом непосредственного отсчета с цифрового табло

вольтметра и со шкалы термометра соответственно.

Электрическое сопротивление химически чистых металлов в большом интервале температур растет прямо пропорционально температуре:

$$R_M = \alpha R_{M0} T = \alpha R_{M0} (T_0 + \Delta T), \quad (10.10)$$

где  $R_{M0}$  - сопротивление металла при  $T_0 = 273 \text{ K}$ ;

$\alpha = \frac{1}{273}$  - температурный коэффициент сопротивления.

Из (10.10) и с учетом того, что  $\alpha = \frac{1}{273}$  и  $T_0 = 273 \text{ K}$  следует, что

$$\alpha = \frac{1}{R_{M0}} \cdot \frac{\Delta R}{\Delta T}, \quad (10.11)$$

где  $\Delta R = R_M - R_{M0}$ ,  $\Delta T = T - T_0$ .

Построив график зависимости  $R_M = f(T)$ , ( $R_M$  - откладываем по оси ординат,  $T$  - по оси абсцисс, рис. 10.5), можно определить величины  $R_{M0}$  и  $\alpha$ .

Из рис. 10.5 видно, что отношение

$$\frac{\Delta R_M}{\Delta T} = \frac{R_M - R_{M0}}{T - T_0} = \frac{R_{M2} - R_{M1}}{T_2 - T_1} \quad (10.12)$$

представляет собой угловой коэффициент линейной зависимости  $R_M = f(T)$ .

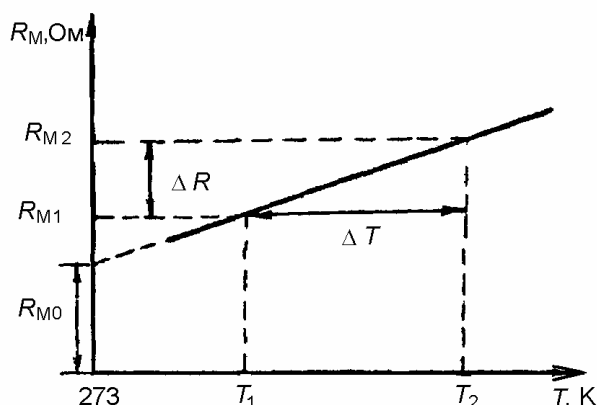


Рис 10.5

Определив по графику  $R_{M0}$  и угловой коэффициент линейной зависимости  $\frac{\Delta R_M}{\Delta T}$ , по формуле (10.11) можно рассчитать температурный коэффициент сопротивления  $\alpha$ .

Сопротивление полупроводников в широком интервале температур экспоненциально убывает с ростом температуры:

$$R_{\Pi} = R_{\Pi 0} \exp\left(\frac{\Delta E}{2kT}\right) \quad (10.13)$$

где  $R_{\Pi 0}$  - сопротивление полупроводника при  $T \rightarrow \infty$ ;

$\Delta E$  - ширина запрещенной зоны.

Логарифмирование выражения (10.13) дает

$$\ln \frac{R_{\pi}}{R_{\pi 0}} = \frac{\Delta E}{2kT}. \quad (10.14)$$

Пусть при температуре  $T_1$  сопротивление полупроводника  $R_{\pi 1}$ , а при температуре  $T_2 - R_{\pi 2}$ . В соответствии с формулой (10.14)

$$\ln \left( \frac{R_{\pi 1}}{R_{\pi 0}} \right) = \frac{\Delta E}{2kT_1} \quad \text{и} \quad (10.15)$$

$$\ln \left( \frac{R_{\pi 2}}{R_{\pi 0}} \right) = \frac{\Delta E}{2kT_2}. \quad (10.16)$$

Вычтя из (10.15) выражение (10.16), получим:

$$\ln R_{\pi 1} - \ln R_{\pi 2} = \frac{\Delta E}{2k} \left( \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right). \quad (10.17)$$

Или

$$\Delta \ln(R_{\pi}) = \frac{\Delta E}{2k} \Delta \left( \frac{1}{T} \right). \quad (10.18)$$

Откуда

$$\Delta E = 2k \cdot \frac{\Delta \ln(R_{\pi})}{\Delta \left( \frac{1}{T} \right)}. \quad (10.19)$$

Отношение  $\Delta \ln R_{\pi} = \Delta \left( \frac{1}{T} \right)$  представляет собой угловой коэффициент линейной зависимости  $\ln R_{\pi} = f \left( \frac{1}{T} \right)$  (рис.10.6).

Определив по графику угловой коэффициент линейной зависимости  $\Delta(\ln R_{\pi}) = \Delta \left( \frac{1}{T} \right)$ , можно по формуле (10.19) рассчитать ширину запрещенной зоны  $\Delta E$ .

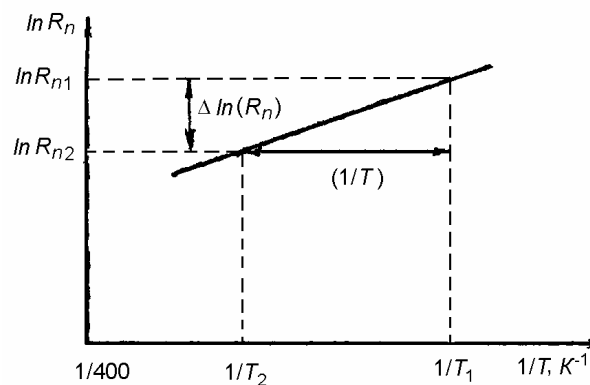


Рис. 10.6

#### 10.4.2. Порядок выполнения работы

1. Подготовьте цифровой вольтметр к работе так, как рекомендуется в инструкции по эксплуатации, помещенной на лабораторном столе.
2. Вставьте вилки сетевых шнуров нагревательной печи и универсального цифрового вольтметра в сетевые розетки.
3. По термометру нагревательной печи определите начальную температуру образцов металла и полупроводника; результаты всех измерений записывайте в табл. 10.1 и 10.2.
4. Включите цифровой вольтметр в сеть и прогрейте его в течение времени, указанном в инструкции по эксплуатации.
5. При начальной температуре измерьте сопротивление металла (тум-блер  $S1$  - положение "М") и полупроводника (тумблер  $S1$  - в положение "П").
6. Тумблером  $S2$ , расположенным на лицевой панели нагревательной печи, включите печь в сеть; при этом должна загореться сигнальная лампочка.
7. Произведите измерения электрических сопротивлений металла и полупроводника в интервале температур 293-393 К через 10 К (10 °С).
8. Закончив измерения, выключите вольтметр и печь, откройте дверцу печи для быстрейшего остывания образцов.

#### 10.4.3. Обработка результатов измерения

1. Постройте на миллиметровой бумаге график зависимости сопротивления металлического *проводника* от температуры  $T$ . Точка пересечения координатных осей по оси абсцисс 273 К.
2. Продолжив график  $R_M = f(T)$  до пересечения с осью ординат, определите значение  $R_{M0}$ .
3. По графику (см. рис. 10.5) в соответствии с формулой (10.12) определите угловой коэффициент  $\frac{\Delta R}{\Delta T}$  и по формуле (10.11) рассчитайте температурный коэффициент сопротивления  $\alpha$  - исследуемого образца металла.
4. Для *полупроводника* рассчитайте значения  $\ln R_{\Pi}$  и  $1/T$ .
5. Постройте на миллиметровой бумаге график зависимости логарифма сопротивления полупроводника  $\ln R_{\Pi}$  от обратной температуры  $1/T$ . Точка пересечения координатных осей соответствует по оси абсцисс  $\frac{1}{400} \text{ К}^{-1}$ .
6. По графику зависимости  $\ln R_{\Pi} = f(1/T)$  (см. рис. 10.6) определите угловой коэффициент  $\Delta(\ln R_{\Pi})/\Delta(1/T)$  и рассчитайте по формуле (10.19) ширину запрещенной зоны  $\Delta E$  исследуемого полупроводника.
7. В соответствии с формулой, указанной в инструкции по эксплуатации вольтметра (на лабораторном столе), рассчитайте относительные погрешности измерений сопротивлений металлического проводника  $\delta_M$  и полупроводника  $\delta_{\Pi}$ .

Таблица 10.1

## Металлический проводник

| Температура                |         | $R_M$ , Ом | $\delta_M$ , % | $R_{M0}$ , Ом | $\frac{\Delta R_M}{\Delta T}$ , $\frac{\text{Ом}}{\text{К}}$ | $\alpha$ , $\text{K}^{-1}$ |
|----------------------------|---------|------------|----------------|---------------|--------------------------------------------------------------|----------------------------|
| $t^0$ , $^{\circ}\text{C}$ | $T$ , К |            |                |               |                                                              |                            |
| 20                         |         |            |                |               |                                                              |                            |
| 30                         |         |            |                |               |                                                              |                            |
| ...                        |         |            |                |               |                                                              |                            |
| 100                        |         |            |                |               |                                                              |                            |
| 110                        |         |            |                |               |                                                              |                            |
| 120                        |         |            |                |               |                                                              |                            |

Таблица 10.2

## Полупроводник

| Температура                |         | $1/T$ , $\text{K}^{-1}$ | $R_{\Pi}$ , Ом | $\ln R_{\Pi}$ | $\frac{\Delta(\ln R_{\Pi})}{\Delta(1/T)}$ | $\delta_{\Pi}$ , % | $\Delta E$ |    |
|----------------------------|---------|-------------------------|----------------|---------------|-------------------------------------------|--------------------|------------|----|
| $t^0$ , $^{\circ}\text{C}$ | $T$ , К |                         |                |               |                                           |                    | Дж         | эВ |
| 20                         |         |                         |                |               |                                           |                    |            |    |
| 25                         |         |                         |                |               |                                           |                    |            |    |
| 35                         |         |                         |                |               |                                           |                    |            |    |
| ...                        |         |                         |                |               |                                           |                    |            |    |
| 85                         |         |                         |                |               |                                           |                    |            |    |
| 95                         |         |                         |                |               |                                           |                    |            |    |
| 105                        |         |                         |                |               |                                           |                    |            |    |
| 115                        |         |                         |                |               |                                           |                    |            |    |

## 10.5. Перечень контрольных вопросов

1. Что представляют собой проводники и полупроводники с точки зрения зонной теории?
2. Что такое электропроводность (сопротивление), какова ее (его) количественная характеристика? (Классические и квантово-механические представления).
3. Как зависит электропроводность (сопротивление) металлов и полупроводников от температуры? Объясните различие в изменении их электропроводности в зависимости от температуры.
4. Объясните собственную и примесную проводимость полупроводников. Как влияет на электропроводность полупроводника различная степень его легирования?
5. Какова сущность электрон-примесного и электрон-фононного рассеяния?

6. Объясните сущность правила Матиссена.
7. Выведите формулу, используемую в работе, для определения температурного коэффициента сопротивления металлов.
8. Выведите формулу для определения ширины запрещенной зоны полупроводника.

#### СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Савельев И.В., Курс общей физики. В 3-х т. -М.: Наука, 1982. Т.2. С. 104-106, 229-231; Т.3. С. 192-206.
2. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики. -М.: Высшая школа, 1989. С. 195-202, 501-504, 512-523.
3. Трофимова Т.И. Курс физики. -М.: Высшая школа, 1994. С. 436-438, 439-441, 443-451.

## 11. ИЗУЧЕНИЕ ВЫПРЯМЛЯЮЩЕГО ДЕЙСТВИЯ ЭЛЕКТРОННО-ДЫРОЧНОГО ПЕРЕХОДА

### 11.1 Цель работы

Изучение свойств  $p$ - $n$ -перехода, снятие вольтамперной характеристики полупроводникового диода и экспериментальная проверка выпрямляющих свойств диода.

### 11.2 Содержание работы

Полупроводники – это широкий класс веществ, характеризующийся значениями удельной электропроводности, промежуточными между удельной электропроводностью металлов и хороших диэлектриков. Характерной особенностью полупроводников, отличающей их от металлов, является возрастание электропроводности с ростом температуры [1,2].

Типичными полупроводниками являются элементы IV группы периодической системы Менделеева – германий и кремний. Они образуют решетку типа алмаза, в которой каждый атом связан ковалентными (парно-электронными) связями с четырьмя равноотстоящими от него соседними атомами [2, 3]. Условно такое взаимное расположение атомов можно представить в виде плоской структуры, изображенной на рис. 11.1, а. Кружки со знаком «+» обозначают положительно заряженные атомные остатки (т.е. ту часть атома, которая остается после удаления валентных электронов), кружки сплошные – валентные электроны, двойные линии – ковалентные связи.

При нагревании ковалентные связи могут разрываться. Электрон, потерявший связь с атомом, становится свободным. Покинутое электроном место перестает быть нейтральным, в его окрестности возникает избыточный положительный заряд, т.е. образуется дырка (на рис. 11.1, а она изображена маленьким кружком). На это место может перескочить электрон одной из соседних пар. В результате дырка начинает так же странствовать по кристаллу, как и освободившийся электрон.

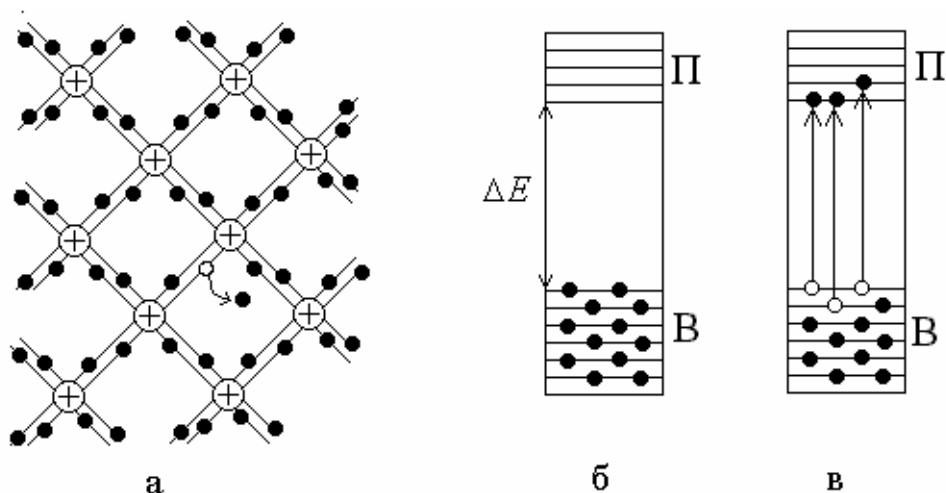


Рис. 11. 1

Когда внешнее электрическое поле отсутствует, электроны проводимости и дырки движутся хаотически. При включении поля на хаотическое движение накладывается упорядоченное движение: электронов – против поля и дырок – в направлении поля, в результате происходит перенос заряда вдоль кристалла. Такая электропроводность полупроводников называется собственной (число электронов равно числу дырок).

С точки зрения зонной теории твердых тел у химически чистых полупроводников при абсолютном нуле все уровни валентной зоны В (рис. 11.1, б) полностью заполнены электронами, а в зоне проводимости П электроны отсутствуют. Валентная зона В отделена от зоны проводимости запрещенной зоной. Ширина запрещенной зоны  $\Delta E$  у полупроводников с собственной проводимостью не более 1 эВ [3], тем не менее электрическое поле не может перебросить электроны из валентной зоны в зону проводимости, поэтому при абсолютном нуле такие полупроводники ведут себя как идеальные диэлектрики.

При нагревании или облучении полупроводника электронам верхних уровней валентной зоны сообщается дополнительная энергия – энергия активации  $\Delta E$ , и они могут переходить на нижние уровни зоны проводимости (рис. 11.1, в). При этом в валентной зоне освобождаются энергетические уровни – образуются дырки. При наложении внешнего электрического поля электроны зоны проводимости переводятся на более высокие, а дырки валентной зоны на более низкие энергетические уровни. Электропроводность полупроводника становится отличной от нуля.

Наибольшее техническое применение находят полупроводники с примесной проводимостью. Примесная проводимость возникает, если некоторые атомы полупроводника заменить в узлах кристаллической решетки атомами, валентность которых отличается на единицу от валентности основных атомов.

На 11.2, а условно изображена решетка германия с примесью пентавалентных атомов фосфора.

Для образования ковалентной связи с соседями атому фосфора недостаточно четырех электронов. Следовательно, пятый валентный электрон связан только

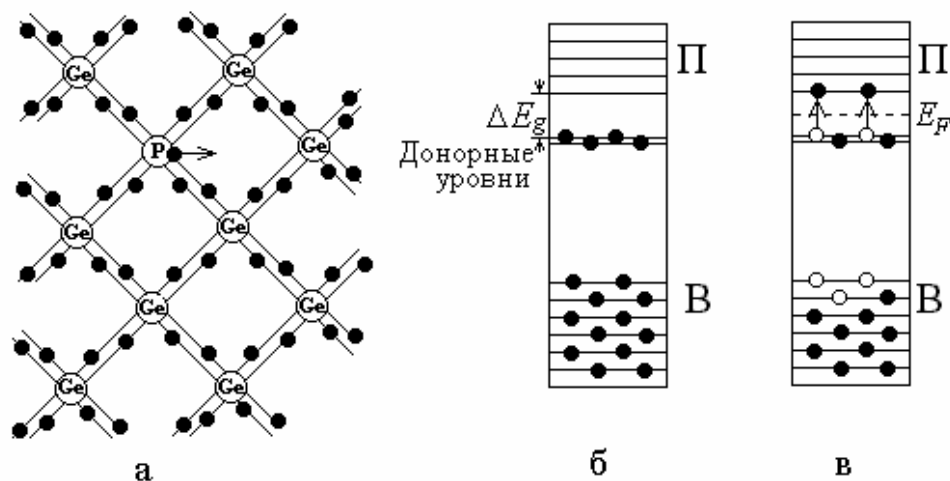


Рис. 11.2

со своим атомом. Энергия активации такого электрона  $\Delta E_g$  невелика ( $\Delta E_g \sim 0,01$  эВ). При небольшом повышении температуры электрон отщепляется от атома и становится свободным. Эти электроны и обуславливают перенос заряда при наложении внешнего электрического поля. Это полупроводник с электронной проводимостью (полупроводник *n*-типа).

В отличие от собственной проводимости образование свободного электрона в полупроводнике *n*-типа не сопровождается нарушением ковалентных связей, т.е. образованием дырки, хотя в окрестности атома примеси возникает избыточный положительный заряд, но он связан с этим атомом и перемещаться по решетке не может [2, 3].

С точки зрения зонной теории внедрение в решетку атомов с большей валентностью соответствует появлению локальных донорных уровней, которые располагаются вблизи дна зоны проводимости (см. рис. 11.2, б). Поскольку  $\Delta E_g < \Delta E$ , то уже при небольшом повышении температуры электроны с донорных уровней начнут переходить в зону проводимости (см. рис. 11.2, в), так что при комнатной температуре они практически все будут находиться в зоне проводимости.

Если валентность атома на единицу меньше валентности основных атомов, то одна из ковалентных связей окажется неупакованной и будет представлять собой место, способное захватить электрон (см. рис. 11.3, а). При переходе на это место электроны одной из соседних пар возникает дырка, которая будет кочевать по кристаллу. Это полупроводник с дырочной проводимостью (полупроводник *p*-типа).

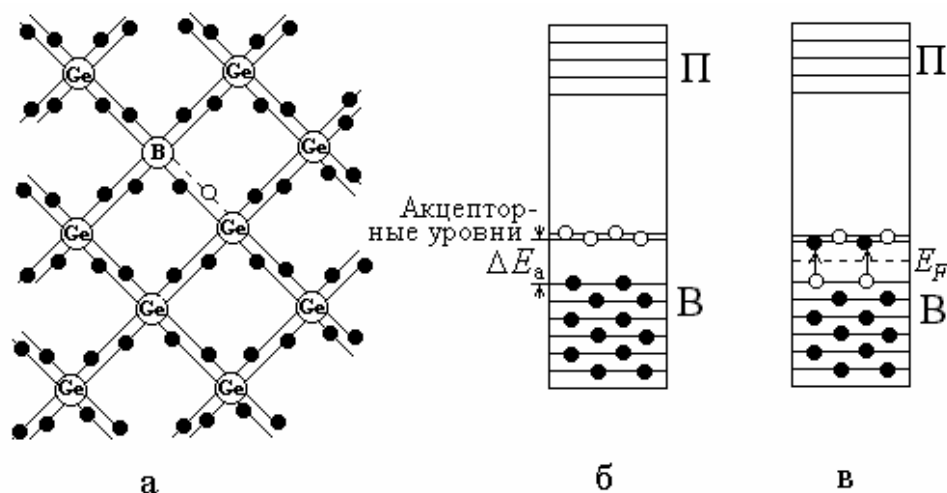


Рис. 11.3

С точки зрения зонной теории внедрение в решетку атома с меньшей валентностью соответствует появлению локальных акцепторных уровней, расположенных вблизи потолка валентной зоны (см. рис. 11.3, б), в валентной зоне появляются дырки. Таким образом, примесная проводимость обусловлена электронами в случае донорной примеси и дырками в случае акцепторной. Эти носители являются основными. Кроме них полупроводник содержит неосновные носители:

электронный полупроводник – дырки, дырочный полупроводник – электроны. Концентрация их значительно ниже концентрации основных носителей.

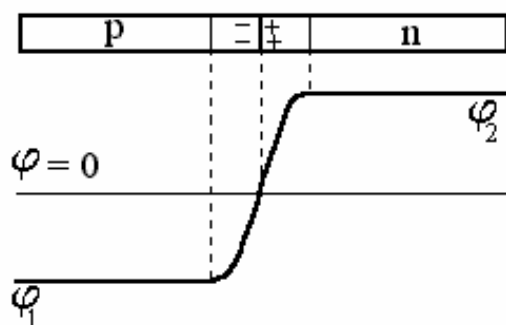


Рис. 11.4

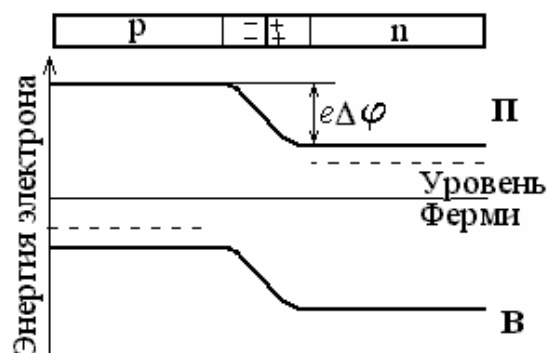


Рис. 11.5

Если в одну часть полупроводника ввести акцепторную примесь, а в другую – донорную, то первая часть будет иметь дырочную (*p*-типа), а вторая – электронную (*n*-типа) проводимость. Тонкий слой на границе между этими полупроводниками с разным типом примесной проводимости, называется электронно-дырочным переходом или просто *p-n*-переходом.

Диффузия основных носителей из *p*-области в *n*-область и наоборот приводит к рекомбинации (т.е. нейтрализации) электронов и дырок, вследствие чего пограничный слой оказывается сильно обедненным носителями тока и, следовательно, приобретает большое сопротивление. Протяженность этого слоя  $\sim 10^{-5} - 10^{-6}$  см, т.е. намного превышает размеры атомов [5]. Одновременно в граничном слое *n*-полупроводника, потерявшем часть своих электронов, образуется объемный положительный заряд ионизированных донорных атомов: в граничном слое *p*-полупроводника, получившем эти электроны, образуется объемный отрицательный заряд неподвижных атомов акцепторной примеси. Между этими слоями возникает контактная разность потенциалов  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ , препятствующая дальнейшей диффузии основных носителей (рис. 11.4).

С точки зрения зонной теории основные носители диффундируют до тех пор, пока не произойдет выравнивание уровней Ферми  $E_F$ , расположенных соответственно в нижней и верхней половинах запрещенных зон у акцепторного (см. рис. 11.3, в) и донорного (см. рис. 11.2, в) полупроводников. Энергетические зоны при этом изгибаются (см. рис. 11.5), образуя потенциальный барьер  $e\Delta\varphi$  для основных носителей.

Изгибание энергетических зон вызвано тем, что потенциал *p*-области в состоянии равновесия ниже, чем потенциал *n*-области (см. рис. 11.4), соответственно потенциальная энергия электрона  $E_e$  в *p*-области выше, чем в *n*-области (см. рис. 11.5 и сплошную кривую на рис. 11.6, а). Заряд дырок противоположен заряду электрона, поэтому их потенциальная энергия  $E_d$  больше там, где меньше  $E_e$  (см. рис. 11.6, а).

В состоянии равновесия некоторому количеству основных носителей удается преодолеть потенциальный барьер, вследствие чего через переход течет небольшой ток  $I_{осн.}$ . Этот ток компенсируется встречным током носителей неосновных носителей  $I_{неосн.}$ . Неосновных носителей очень мало, но они легко «скатываются» с потенциального уступа. Равновесие устанавливается при такой высоте потенциального барьера, при которой оба тока компенсируют друг друга.

Сопротивление  $p$ - $n$ -перехода резко меняется при приложении к нему внешнего электрического поля. Если к  $p$ - $n$ -переходу приложить напряжение  $U_{ист}$  от внешнего источника тока таким образом, чтобы  $p$ -область заряжалась положительно относительно  $n$ -области (рис. 11.6, б), то высота потенциального барьера (и его ширина  $\Delta\chi$ ) уменьшится на  $eU_{ист}$ . Это приведет к увеличению силы тока основных носителей  $I_{осн.}$ . Ток же неосновных носителей от высоты потенциального барьера не зависит и следовательно не изменится. В результате через контакт идет ток  $(I_{осн.} - I_{неосн.})$ , направленный от  $p$  к  $n$ . Причем сила тока с увеличением напряжения экспоненциально возрастает. Такое направление поля (и тока) называется прямым или проводящим.

Если же к  $p$ - $n$ -переходу приложить внешнее напряжение, как показано на рис. 11.6, в, то высота потенциального барьера (и его ширина) увеличится, сопротивление контактного слоя резко возрастает. Сила тока  $I_{осн.}$  уменьшится при этом практически до нуля, так что через контакт будет течь лишь ток неосновных носителей. Такое направление поля (и тока) называется обратным, или запирающим.

Таким образом, элемент, содержащий  $p$ - $n$ -переход, обладает односторонней проводимостью и называется полупроводниковым диодом. Прикладывая к такому элементу переменное по знаку напряжение, получают ток только одного направления.

Изучению свойств  $p$ - $n$ -перехода и посвящена данная работа, которая состоит из двух частей. В первой части работы строится и анализируется вольтамперная характеристика (зависимость силы тока от напряжения) полупроводникового диода. Во второй части изучается применение диодов для выпрямления переменного тока.

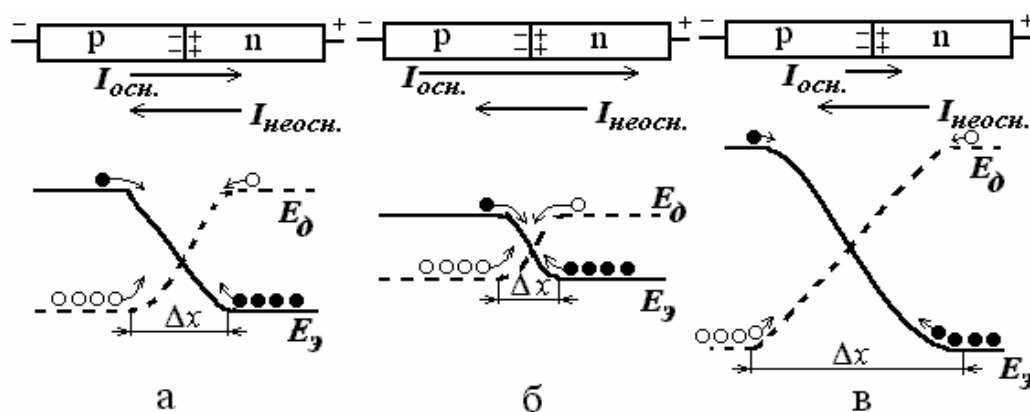


Рис. 11.6

### 11.3. Описание лабораторной установки

Для получения вольтамперной характеристики диод включается в электрическую цепь, принципиальная схема которой приведена на рис. 11.7.

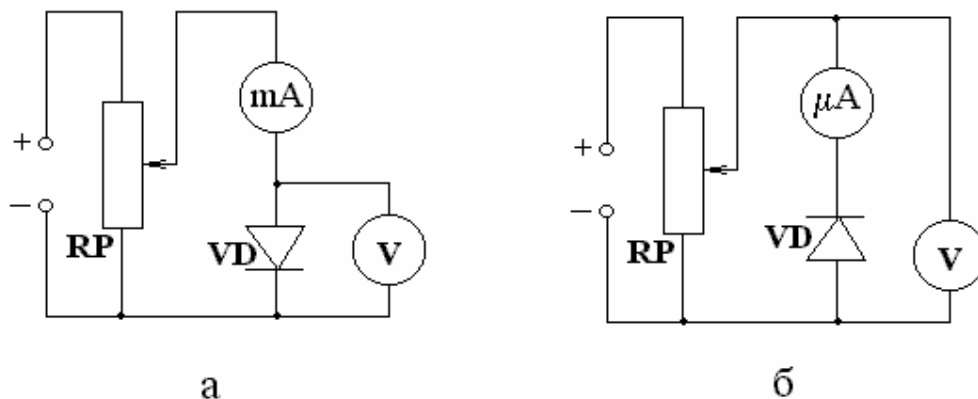


Рис. 11. 7

От стабилизирующего источника питания напряжение подается на диод VD. Схема 11.7, а относится к измерениям в прямом направлении, а схема 11.7, б – в обратном. Переход от одной схемы к другой осуществляется с помощью переключателя SA, который на рисунке 11.7 не изображен. Напряжение в обоих случаях регулируется потенциометром RP и измеряется вольтметром V. При прямом направлении тока в цепь включается миллиамперметр mA (рис. 11.7, а), при обратном – микроамперметр  $\mu A$  (рис. 11.7, б). Для этих измерений используются амперметры, рассчитанные на измерение токов до 100 мА в прямом и до 100 мкА – в обратном направлениях. Измеряемое напряжение не превышает 10 В. Подключение соответствующих шунтов и дополнительных сопротивлений в каждом исследовании осуществляется автоматически.

Выпрямляющее действие диода изучается по схеме, приведенной на рис. 11.8.

Переменное напряжение с вторичной обмотки трансформатора блока питания подается на диод или систему диодов, соединенных по схеме моста или непосредственно прикладывается к резистору R (рис. 11.8).

Форма и амплитуда этого напряжения регистрируется осциллографом.

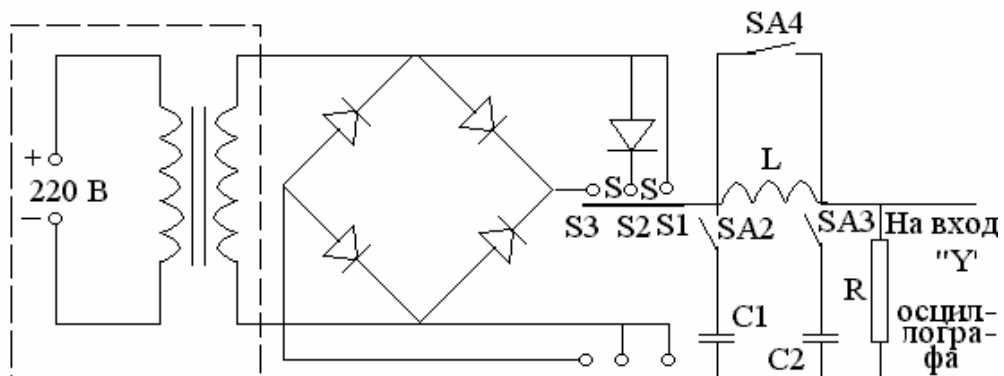


Рис. 11. 8

Включение диода или систем диодов осуществляется переключателем S. (Положение S1 переключателя соответствует подача напряжения непосредственно на резистор, S2 – подача напряжения на резистор с диода, S3 – подача напряжения на резистор с системы диодов, соединенных по схеме моста).

Конденсаторы C1 и C2, а так же дроссель L образуют электрический фильтр. Включение их осуществляется соответственно тумблерами SA2, SA3, SA4.

В работе электрические цепи, схемы которых приведены на рис. 11.7 и 11.8, собраны соответственно в верхней и нижней части корпуса лабораторной установки. Переход от одной схемы к другой осуществляется с помощью тумблера SA1, который на рисунках не указан. Все ручки управления и шкалы приборов расположены на лицевой панели установки.

## 11.4. Методика проведения эксперимента и обработка результатов

### 11.4.1. Методика эксперимента

Подавая на диод VD напряжение (см. рис. 11.7) и плавно меняя его потенциометром RP, измеряют силу тока при различных значениях приложенного прямого, а затем обратного напряжений. По полученным значениям строят график вольтамперной характеристики.

Так как сопротивление *p-n*-перехода гораздо больше сопротивления остальной части цепи, то падение напряжения внешнего поля происходит в основном на *p-n*-переходе [4]. Это обстоятельство позволяет рассчитать сопротивление *p-n*-перехода при различных значениях прямого и обратного напряжений и построить соответствующие графики зависимостей сопротивления от напряжения.

Поскольку вольтамперная характеристика нелинейна, то сопротивление рассчитывается по формуле

$$R = \frac{\Delta U}{\Delta I}, \quad (11.1)$$

где  $\Delta U$  и  $\Delta I$  – соответственно разности между двумя ближайшими измеренными значениями напряжений и силы токов.

В электрической цепи, схема которой приведена на рис. 11.8, диод работает как выпрямитель и преобразует переменный ток в пульсирующий. Причем, если в цепь включается один диод, то происходит однополупериодное выпрямление, а если диоды включаются по схеме моста, то двухполупериодное.

Введение в электрическую цепь конденсаторов C1 и C2 приводит соответственно к уменьшению выпрямленного тока при зарядке конденсаторов и к увеличению тока при разрядке, т.е. к сглаживанию пульсаций. Дроссельная катушка L также сглаживает пульсации переменной составляющей общего тока. Соответствующие осциллограммы наблюдаются на экране осциллографа.

## 11.4.2. Порядок выполнения работы

### 11.4.2.1. Снятие вольтамперной характеристики

1) Найдите на лицевой панели установки все элементы электрических схем, изображенных на рис. 11.7 и 11.8.

2) Включите электрическую цепь, схема которой изображена на рис. 11.7, а, для чего тумблер SA1 поставьте в верхнее положение, а тумблер SA в положение «прямое». При этом вольтметр работает в диапазоне 0 – 10 В, а миллиамперметр – в диапазоне 0 – 100 мА.

3) Определите цену деления измерительных приборов и запишите в табл. 11.1.

4) Уменьшите сопротивление потенциометра RP до нуля.

5) Подайте напряжение на вход прибора.

6) С помощью потенциометра RP плавно увеличивайте напряжение и вначале через каждое деление, а затем через 2-3 деления вольтметра измеряйте силу тока. Результаты 13-15 измерений занесите в таблицу 11.2.

7) Тумблер SA поставьте в положение «обратное». При этом микроамперметр работает в диапазоне 0-100 мкА, вольтметр – в диапазоне 0-10 В.

8) Определите цену деления микроамперметра и вольтметра и запишите в табл. 11.1.

9) Повторите задание пп. 4 и 6. Результаты измерений запишите в табл. 11.3.

### 11.4.2.2. Проверка выпрямляющих свойств диода

1) Подготовьте осциллограф к работе в соответствии с указаниями на лабораторном столе.

2) Переключите тумблер SA1 в нижнее положение.

3) Переключатель S переведите в положение S1.

4) Включите осциллограф и получите на экране осциллограмму переменного напряжения. Ручками «частота плавно» и «синхронизация» остановите изображение сигнала. Расположите его симметрично относительно горизонтальной оси времени (амплитуда сигнала при этом должна быть не менее 25-30 мм) и зарисуйте осциллограмму.

5) Введите в цепь диод, для чего переключатель S переведите в положение S2. При этом на экране осциллографа будет наблюдаться синусоида со срезанными отрицательными (нижними) полупериодами.

6) Зарисуйте преобразованный сигнал, предварительно расположив его таким образом, чтобы значение первоначальной амплитуды сохранилось.

7) Введите в цепь мостик диодов, для чего переключатель переведите в положение S3. Зарисуйте осциллограмму двухполупериодного выпрямления.

8) Введите в цепь конденсатор C1, включив тумблер SA2 (см. рис. 11.8), и зарисуйте осциллограмму.

9) Введите в цепь дополнительно конденсатор C2, включив тумблер SA3 (см. рис. 11.8), и зарисуйте осциллограмму.

10) Введите в цепь катушку индуктивности, поставьте тумблер SA4 в нижнее положение (в схеме, изображенной на рис. 11.8, это соответствует размыканию ключа, поставленного параллельно катушке индуктивности). Полученную диаграмму зарисуйте.

11) Закончив работу, обесточьте установку.

Таблица 11.1

Однократно измеренные величины

| Внешнее напряжение<br>$U$ | Цена деления вольт-метра, В/дел | Цена деления ампер-метра, А/дел |
|---------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| Прямое                    |                                 |                                 |
| Обратное                  |                                 |                                 |

Таблица 11.2

Зависимость силы тока и сопротивления р-п-перехода от прямого напряжения

| Напряжение $U$ , |   | $\Delta U$ ,<br>В | Сила тока $I$ , |             | $\Delta I$ ,<br>$10^{-3}$ А | Сопротивле-<br>ние $R$ , Ом |
|------------------|---|-------------------|-----------------|-------------|-----------------------------|-----------------------------|
| дел              | В |                   | Дел             | $10^{-3}$ А |                             |                             |
|                  |   |                   |                 |             |                             |                             |

Таблица 11.3

Зависимость силы тока и сопротивления р-п-перехода от обратного напряжения

| Напряжение $U$ , |   | $\Delta U$ ,<br>В | Сила тока $I$ , |             | $\Delta I$ ,<br>$10^{-6}$ А | Сопротивле-<br>ние $R$ , $10^6$ Ом |
|------------------|---|-------------------|-----------------|-------------|-----------------------------|------------------------------------|
| дел              | В |                   | дел             | $10^{-6}$ А |                             |                                    |
|                  |   |                   |                 |             |                             |                                    |

#### 11.4.3. Обработка результатов измерений

1) Постройте по данным табл. 11.2 и 11.3 график зависимости  $I = f(U)$ . При построении графика силу тока и напряжение следует откладывать на одной координатной сетке, считая прямой ток и напряжение положительными, а обратный ток и напряжение – отрицательными (масштаб для силы тока в прямом и обратном направлениях возьмите разный).

2) Проанализируйте характер зависимости  $I = f(U)$  и сделайте вывод, справедлив ли закон Ома для системы, содержащий р-п-переход.

3) Определите  $\Delta U$  и  $\Delta I$  – разность между последующим и предыдущим значениями напряжений и токов и запишите в соответствующие столбцы табл. 11.2 и 11.3.

4) Рассчитайте сопротивление диода по формуле 11.1 и запишите в табл. 11.2 и 11.3.

5) Постройте график зависимости  $R = f(U)$  для прямого и обратного напряжений и проанализируйте эти зависимости.

### 11.5. Перечень контрольных вопросов

- 1) Объясните механизм собственной и примесной проводимости в полупроводниках с точки зрения теории твердого тела.
- 2) Что является «основными» и «неосновными» носителями тока в полупроводниках  $n$ - и  $p$ -типа?
- 3) Объясните механизм образования контактной разности потенциалов в полупроводниках с точки зрения зонной теории твердого тела.
- 4) Объясните, как изменяется высота потенциального барьера при приложении внешнего прямого и обратного напряжений.
- 5) Как работает одно- и двухполупериодный выпрямитель?
- 6) Объясните принцип работы электрических фильтров.

### СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Физический энциклопедический словарь. М.: Советская энциклопедия, 1983. – 928 с.
2. Савельев И. В. Курс общей физики. т. 3. М.: Наука, 1982.- § 57 – 59, 64.
3. Детлаф А. А., Яворский Б. М. Курс физики. М.: Высшая школа, 1977. – § 43.4, 44.3, 44.4.
4. Епифанов Г. И. Физика твердого тела. М.: Высшая школа, 1977. – § 42-46, 56, 57, 76.
5. Лабораторные занятия по физике. /Под ред. Л. Л. Гольдина. М.: Наука, 1983. – 704 с.

## 12. ТРАНЗИСТОР

### 12.1. Цель работы

Изучение свойств  $p$ - $n$ -перехода и определение параметров транзистора.

### 12.2. Содержание работы

Транзисторы используются в качестве основных элементов в усилителях и генераторах электрических колебаний.

Транзистор представляет собой полупроводник с двумя  $p$  -  $n$  -переходами. В зависимости от порядка, в котором чередуются области с различным типом проводимости, различают  $p$ - $n$ - $p$ - и  $n$ - $p$ - $n$ - транзисторы. Средняя часть транзистора (обладающая в зависимости от типа транзистора  $n$ - или  $p$ -проводимостью) называется его базой. Прилегающие к базе с обеих сторон области с иным, чем у нее, типом проводимости называют эмиттером и коллектором [1 – 3].

В основе работы транзистора лежит инжекция носителей тока. Рассмотрим  $p$ - $n$ -переход, к которому приложена внешняя разность потенциалов в прямом (пропускном) направлении.

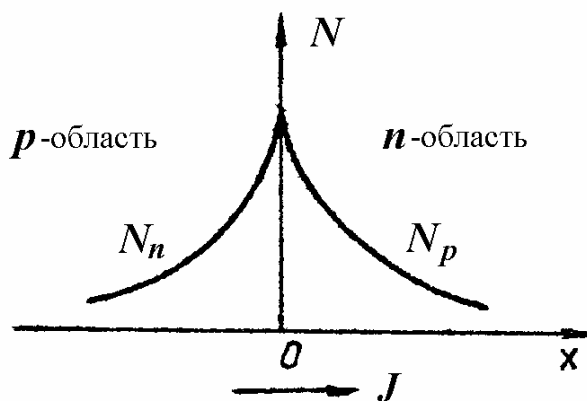


Рис. 12.1

Под действием этой разности потенциалов дырки переходят из полупроводника  $p$  в полупроводник  $n$ , электроны из  $n$ - в  $p$ -, и в цепи возникает ток  $J$ , идущий слева направо. Дырки, перешедшие в полупроводник  $n$ , являются для него не основными носителями (основные носители в  $n$ - области – электроны; в  $p$ - области – дырки). Встречаясь с электронами, они рекомбинируют. Точно так же электроны, перешед-

шие в полупроводник  $p$ , являются для него неосновными носителями, которые в конце концов рекомбинируют с дырками. Так как процесс рекомбинации носителей тока протекает не мгновенно, то у границы  $p$ - $n$ -перехода происходит накопление неосновных носителей: в электронном полупроводнике – накопление дырок, в дырочном полупроводнике – электронов. Происходит, как бы, "впрыскивание" электронов в граничный слой полупроводника  $p$  и дырок в граничный слой полупроводника  $n$ . Поэтому это явление получило название инжекции носителей.

По мере удаления от границы  $p$ - $n$ -перехода, происходит все более полная рекомбинация неосновных носителей, вследствие чего их концентрация непрерывно уменьшается (рис. 12.1). Уравнение, описывающее изменение концентрации неосновных носителей, имеет вид

$$N = N_0 e^{-x/\tau} \quad (12.1)$$

где  $N_0$  - концентрация неосновных носителей тока на границе  $p$ - $n$ -перехода;  
 $\tau$  - среднее время жизни носителей.

За время  $\tau$  неосновные носители успевают продиффундировать от границы  $p$ - $n$ -перехода внутрь полупроводника на расстоянии  $L$ , которое называется диффузионной длиной. Значение  $L$  весьма различно для полупроводников различной природы и сильно зависит от количества примесей и других несовершенств решетки полупроводника. Для очень чистого германия  $L$  превышает 1 мм, для германия, легированного примесями,  $L$  измеряется десятками долей миллиметра.

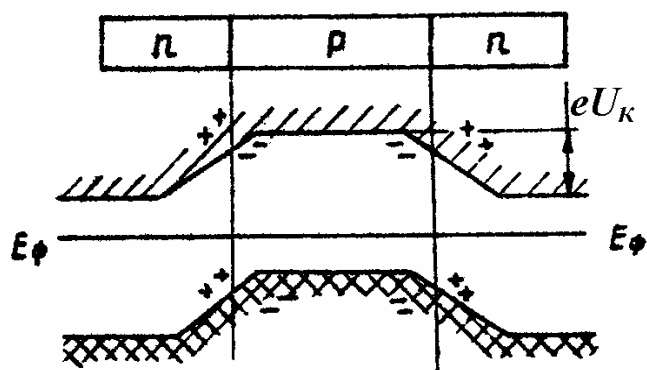


Рис. 12.2

Рассмотрим принцип работы транзистора типа  $n$ - $p$ - $n$ . Он состоит из двух  $n$ -областей, между которыми заключена  $p$ -область полупроводника (рис. 12.2). С помощью металлических электродов транзистор включается в цепь (рис. 12.3, а).

Здесь  $B_3$  и  $B_c$  - источники питания, И - источник сигнала,  $R$  - нагрузочное сопротивление.

При таком включении левая  $n$ -область заряжается относительно средней  $p$ -области отрицательно, правая - положительно. Из рис. 12.3, б видно, что к левому эмиттерному  $p$ - $n$ -переходу внешнее напряжение  $U_3$  приложено в прямом направлении. Поэтому энергетический барьер для электронов, переходящих из эмиттера в базу, понижен на  $eU_3$ , и оказывается равным  $e(U_K - U_3)$ . К коллекторному  $p$ - $n$ -переходу внешнее напряжение  $U_c$  приложено в запиорном направлении, вследствие чего энергетический барьер для электронов, идущих из коллектора в базу, повышается на  $eU_c$  и становится равным  $e(U_K + U_c)$ . В эмиттерной области, обладающей  $n$ -проводимостью, ток создается, в основном, потоком электронов, которые являются основными носителями. В  $p$ - $n$ -переходе эти электроны инжектируются в базовую область и в качестве неосновных носителей диффундируют к коллектору. Если толщина базы значительно меньше диффузионной длины электронов, то почти все электроны, впрыснутые в базовую область, достигают коллектора. Входя в коллектор в ка-

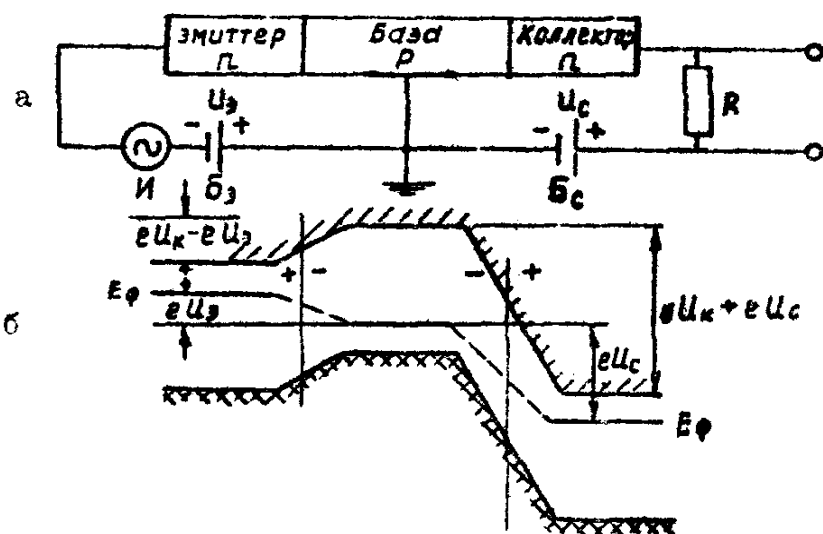


Рис. 12.3

честве основных носителей, они сильно увеличивают его ток, который в отсутствие инжектированных электронов равнялся бы просто току насыщения  $p$ - $n$ -перехода, включенного в запертом направлении, и был бы весьма мал.

Вследствие того что коллекторный  $p$ - $n$ -переход включен в запертом направлении, его сопротивление велико. Это позволяет включать в цепь коллектора высокое нагрузочное сопротивление  $R$ . При подаче на эмиттерный  $p$ - $n$ -переход незначительного напряжения от источника сигнала ток в цепи коллектора сильно меняется, на нагрузочном сопротивлении возникает большое напряжение. Поэтому такое устройство будет работать как усилитель.

Существуют три схемы включения транзисторов: с общей базой, общим эмиттером и общим коллектором. Для каждой из этих схем существуют свои входные и выходные статические характеристики. Статическими характеристиками транзистора называют кривые, выражающие зависимость между постоянными напряжениями и токами различных электродов транзистора. В лабораторной работе использована схема включения транзистора с общим эмиттером.

Входная статическая характеристика транзистора, включенного по схеме с общим эмиттером, представляет собой зависимость тока базы от напряжения между эмиттером и базой при постоянном значении напряжения, приложенного между эмиттером и коллектором (рис.12.4, а):

$$J_B = f(U_{BЭ}) \text{ при } U_{КЭ} = \text{const.} \quad (12.2)$$

Выходная статическая характеристика транзистора, включенного по схеме с общим эмиттером, представляет собой зависимость тока коллектора от напряжения между коллектором и эмиттером при постоянном токе базы (рис. 12.4, б):

$$J_K = f(U_{КЭ}) \text{ при } J_B = \text{const.} \quad (12.3)$$

Для расчета и анализа схем на транзисторах пользуются следующими параметрами.

1) Входное сопротивление (при различных  $J_B$ ):

$$R_{ВХ} = \Delta U_B / \Delta J_B, \quad (12.4)$$

где  $\Delta U_B$  - изменение напряжения между эмиттером и базой;

$\Delta J_B$  - соответствующее изменение тока.

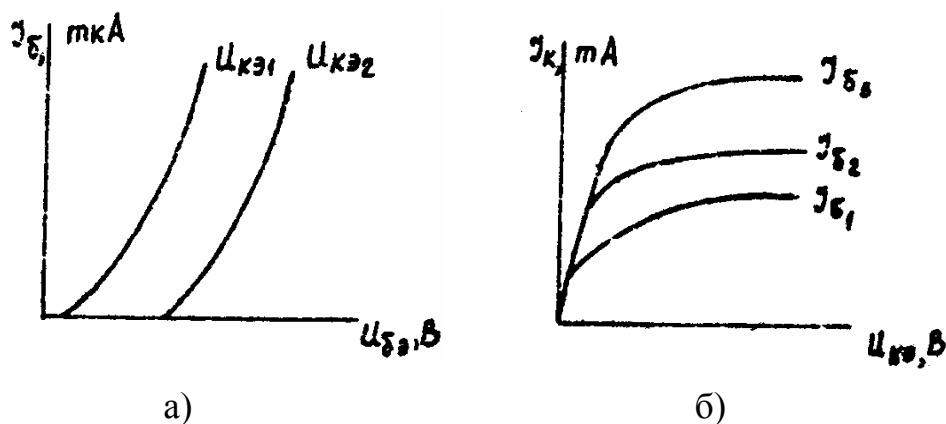


Рис.12.4

2) Выходное сопротивление (при различных  $U_K$ ):

$$R_{\text{ВЫХ}} = \Delta U_{\text{К}} / \Delta J_{\text{К}}, \quad (12.5)$$

где  $\Delta U_{\text{К}}$  – изменение напряжения между коллектором и эмиттером;

$\Delta J_{\text{К}}$  – соответствующее изменение тока.

3) Коэффициент усиления по току при постоянном напряжении между эмиттером и коллектором:

$$K_J = \Delta J_{\text{К}} / \Delta J_{\text{Б}}, \quad (12.6)$$

4) Коэффициент усиления по напряжению при постоянном токе базы:

$$K_U = \Delta U_{\text{К}} / \Delta U_{\text{Б}}. \quad (12.7)$$

5) Коэффициент усиления по мощности:

$$K_W = W_{\text{ВЫХ}} / W_{\text{ВХ}} = J_{\text{К}} U_{\text{К}} / (J_{\text{Б}} U_{\text{Б}}). \quad (12.8)$$

### 12.3. Описание лабораторной установки

Для получения статических характеристик триод включается в электрическую цепь, схема которой приведена на рис. 12.5.

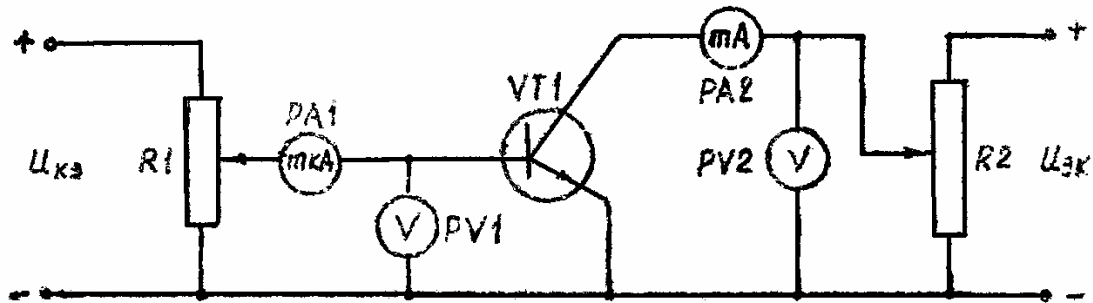


Рис. 12.5

От стабилизированного источника питания напряжение подается на транзистор VT1 типа *n-p-n*.

Потенциометр R1 регулирует напряжение между базой и эмиттером. Вольтметр PV1 и миллиамперметр PA1 служат для измерения напряжения и тока в цепи база-эмиттер.

Потенциометр R2 регулирует напряжение между эмиттером и коллектором. Вольтметр PV2 и миллиамперметр PA2 служат для измерения напряжения и тока в цепи коллектора.

Ручки управления и шкалы приборов расположены на лицевой панели установки.

### 12.4. Методика проведения эксперимента и обработка результатов

#### 12.4.1. Методика эксперимента

Изменяя потенциометром R1 напряжение между базой и эмиттером, определяем величину тока базы для различных значений напряжения между эмиттером и

коллектором. По данным эксперимента строятся входные статические характеристики.

Изменяя потенциометром R2 напряжение между коллектором и эмиттером, измеряем величину тока коллектора для различных значений напряжения между базой и эмиттером. По данным эксперимента строятся выходные статические характеристики.

По полученным данным необходимо -вычислить параметры транзистора ( $R_{ВХ}$ ,  $R_{ВЫХ}$ ,  $K_J$ ,  $K_U$ ,  $K_W$ )

#### 12.4.2 Порядок выполнения работы

- 1) Поставьте ручки потенциометров R1 и R2 в крайнее левое положение.
- 2) Включите установку в сеть (220 В).

##### 12.4.2.1. Получение семейства входных статических характеристик

- 1) Потенциометром R2 установите напряжение на коллекторе  $U_{к1} = 0$  В.
- 2) Потенциометром R1 изменяйте напряжение на эмиттере и через каждые пять делений вольтметра PV1 измеряйте величину тока по миллиамперметру PA1. Значения напряжений и токов запишите в табл. 12.1.

3) Повторите измерения еще для двух значений  $U_{к}$ , предложенных преподавателем. (Потенциометром R2 установите напряжения на коллекторе:  $U_{к2} = 10$  В,  $U_{к3} = 20$  В). Значения  $U_{к1}$ ,  $U_{к2}$ ,  $U_{к3}$  определяются по вольтметру PV2.

##### 12.4.2.2.Получение семейства выходных статических характеристик

- 1) Потенциометром R1 установите ток эмиттера  $J_{э1} = 0,35$  А (по амперметру PA1).

2) Потенциометром R2 изменяйте напряжение на коллекторе и через каждые пять делений вольтметра PV2 измеряйте величину тока по миллиамперметру PA2. Значения напряжений и токов запишите в табл. 12.2.

3) Повторите измерения еще для двух значений  $J_э$  с величинами  $J_{э2} = 0,5$  А,  $J_{э3} = 0,65$  А (по амперметру PA1).

- 4) Закончив работу выключите установку.

#### 12.4.3. Обработка результатов измерений

1) Постройте по данным табл. 12.1 и 12.2 графики зависимости  $J = f(U)$ . Против каждой кривой укажите для какого значения напряжения коллектора или значения тока эмиттера она построена.

- 2) Для определения входного сопротивления  $R_{ВХ}$  и коэффициента усиления

по напряжению  $K_U$  выберите две входные характеристики и постройте характеристический треугольник ABC, проводя AB параллельно оси абсцисс, а AC - параллельно оси ординат (рис. 12.6).

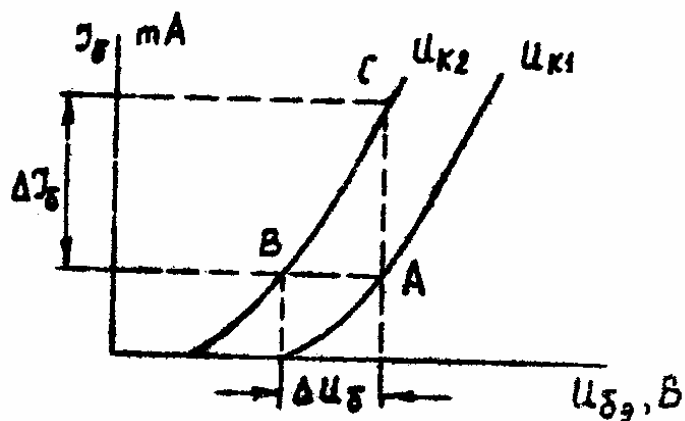


Рис. 12.6

Таблица 12.1

| $J_9, \text{mA}$ |                    | 1 | 2 | 3 |  |
|------------------|--------------------|---|---|---|--|
|                  | $U_{96}, \text{B}$ |   |   |   |  |
|                  | $J_6, \text{mA}$   |   |   |   |  |
|                  | $U_{96}, \text{B}$ |   |   |   |  |
|                  | $J_6, \text{mA}$   |   |   |   |  |
|                  | $U_{96}, \text{B}$ |   |   |   |  |
|                  | $J_6, \text{mA}$   |   |   |   |  |

Таблица 12.2

| $J_9, \text{mA}$ |                  | 1 | 2 | 3 |  |
|------------------|------------------|---|---|---|--|
|                  | $U_K, \text{B}$  |   |   |   |  |
|                  | $J_K, \text{mA}$ |   |   |   |  |
|                  | $U_K, \text{B}$  |   |   |   |  |
|                  | $J_K, \text{mA}$ |   |   |   |  |
|                  | $U_K, \text{B}$  |   |   |   |  |
|                  | $J_K, \text{mA}$ |   |   |   |  |

Из рис. 12.6 найдите  $AC = \Delta J_6$ , соответствующее приращению напряжения  $AB = \Delta U_6$ . Приращение напряжения на коллекторе  $\Delta U_K = U_{K2} - U_{K1}$ , соответствующее  $\Delta U_6$ , найдите как разность напряжений на коллекторе, при которых сни-

мались выбранные характеристики. Величина АВ измеряется по оси  $U_6$  и выражается в вольтах, а величина АС - по оси -  $J_6$  и выражается в амперах.

По найденным значениям вычислите  $R_{\text{вх}}$  по формуле (12.4) и  $K_U$  по формуле (12.7).

3) Для определения выходного сопротивления  $R_{\text{вых}}$  и коэффициента усиления по току  $K_J$  используйте семейство выходных характеристик. Используя методику, рассмотренную в пункте 2, вычислите  $R_{\text{вых}}$  по формуле (12.5) и  $K_J$  по формуле (12.6).

4) По формуле (12.8) подсчитайте  $K_W$ .

#### 12.5. Перечень контрольных вопросов

- 1) Объясните механизм образования контактной разности потенциалов ( $p$ - $n$ -перехода) в полупроводниках с точки зрения зонной теории твердого тела.
- 2) Расскажите принцип действия транзистора  $n$ - $p$ - $n$ -типа или  $p$ - $n$ - $p$ -типа.
- 3) Что такое входные и выходные статические характеристики транзистора?
- 5) Нарисуйте энергетическую диаграмму  $p$ - $n$ -перехода:
  - а) для равновесного состояния,
  - б) для запретного состояния,
  - в) для проводящего состояния.
- 6) Нарисуйте электрическую схему включения транзистора.
- 7) От каких факторов зависит ширина  $p$ - $n$ -перехода?

#### СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Савельев И. В. Курс общей физики. т. 3. М.: Наука, 1982.- § 64.
2. Епифанов Г. И. Физика твердого тела. М.: Высшая школа, 1977. – с. 212-226.
3. Бушманов Б.Н., Хромов Ю. А. Физика твердого тела. М.: Высшая школа, 1971. – с. 175-178.

## 13. ФОТОРЕЗИСТОР (ФОТОСОПРОТИВЛЕНИЕ)

### 13.1. Цель работы

Изучение явления внутреннего фотоэффекта и определение некоторых характеристик фоторезистора.

### 13.2. Содержание работы

Фотоэффект (фотоэлектрический эффект) — это собирательное название явлений, в которых при поглощении электромагнитного излучения веществом происходит освобождение заряженных частиц. В частности, *внешний фотоэффект* — это вырывание светом электронов из поверхности вещества в вакуум. *Внутренний фотоэффект* — это вызванные электромагнитным излучением переходы электронов внутри полупроводника (диэлектрика) из связанных состояний в свободные. При этом в полупроводнике возникает добавочная проводимость (*фотопроводимость*).

Как известно, с точки зрения зонной теории кристаллов [1,2], отличие полупроводников от металлов не количественное, а качественное и связано с особенностями именно зонной структуры. У металлов валентная зона заполнена электронами не полностью, поэтому валентные электроны при сообщении совсем небольшой энергии ( $10^{-23} \div 10^{-22}$  эВ) могут переходить на более высокие энергетические уровни. В частности, при действии на электроны электрического поля они приобретают дополнительную скорость в направлении, противоположном полю, и принимают участие в упорядоченном движении. Иными словами, у металлов все валентные электроны являются электронами проводимости (а зона проводимости совпадает с валентной зоной).

Напротив, у полупроводников (и диэлектриков) количество уровней в валентной зоне в точности равно количеству валентных электронов. Поэтому ближайшие уровни, на которые могли бы перейти электроны, относятся к вышележащей энергетической зоне (она и будет зоной проводимости). Для того, чтобы перевести электрон в чистом проводнике на более высокий энергетический уровень, необходимо сообщить ему энергию, не меньшую ширины запрещенной зоны, отделяющей зону проводимости от валентной зоны. При этом в валентной зоне образуется незанятый уровень — *дырка* — на который смогут теперь легко переходить валентные электроны с ближайших к нему уровней. Таким образом, возникает пара свободных носителей заряда: электрон проводимости и дырка в валентной зоне. Переход валентных электронов в зону проводимости в полупроводниках происходит, главным образом, за счет энергии теплового движения.

При поглощении фотона, энергия которого  $E = h\nu$  равна ширине запрещенной зоны полупроводника  $\Delta E$  (или превосходит ее), также может образоваться пара электрон-дырка. Если полупроводник содержит примеси, имеющие энергетические уровни в запрещенной зоне проводника, для создания электронно-дырочной

пары фотону достаточно иметь энергию  $h\nu \geq \Delta E_1$ , где  $\Delta E_1$  — энергия активации примесного атома. (Разумеется, это относится и к тепловому механизму рождения носителей.)

Из вышесказанного ясно, что свет будет поглощаться полупроводником, только если его длина волны удовлетворяет условию  $\lambda \leq \lambda_0$ , где  $\lambda_0$  — красная граница фотопроводимости, определяемая из условия

$$\lambda_0 = \frac{hc}{\Delta E} \quad (13.1)$$

для собственных (чистых) полупроводников или

$$\lambda_0 = \frac{hc}{\Delta E_1} \quad (13.2)$$

для примесных. Энергия квантов света с  $\lambda > \lambda_0$  будет недостаточной, чтобы вызвать переход электронов в зону проводимости, и облучение таким светом не создает фотопроводимости.

С другой стороны, свет с длиной волны, меньшей некоторой  $\lambda_{max}$ , также оказывается мало активным фотоэлектрически, несмотря на то, что хорошо поглощается полупроводником. (На рис. 13.1 схематически показаны графики зависимости коэффициента поглощения  $A$  (тонкая линия) и фотопроводимости  $\sigma_\Phi$  (жирная линия) от длины волны  $\lambda$ .) Наличие фотоэлектрически неактивного поглощения фотонов свидетельствует о существовании особого механизма возбуждения атомов, не приводящего к появлению носителей тока. Таким механизмом оказывается образование экситонов [3]. Экситоном называется связанная кулоновскими силами система из электрона проводимости и дырки, образовавшейся в валентной зоне при перескоке электрона в зону проводимости. Такая система переносится по кристаллу как единое целое, подобно атому водорода (хотя радиус экситона во много раз больше межатомных расстояний!). Будучи электрически нейтральными, экситоны не дают вклада в проводимость.

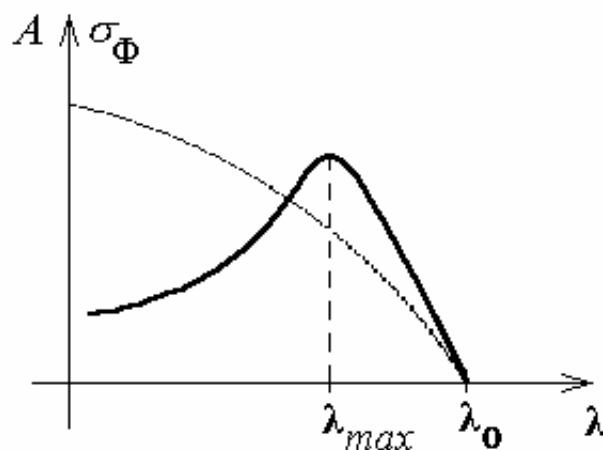


Рис. 13.1

Явление внутреннего фотоэффекта используется в двух типах полупроводниковых приборов: в фотодиодах — преобразователях световой энергии в электрическую (например, солнечные батареи) и в фоторезисторах — пассивных радиоэлементах, сопротивление которых зависит от освещённости.

В настоящей работе изучаются свойства фоторезисторов. На рисунке 13.2 показана схема одного из типов сопротивления. Оно состоит из тонкого полупроводникового слоя 2 (например, сернистый таллий, сернистый свинец, сернистый кадмий), нанесённого на изолирующую подложку 1, металлических электродов 3,

посредством которых фотосопротивление включается в цепь, и защитного лакового покрытия 4.

Для характеристики полупроводникового фотосопротивления и возможной области его применения вводится ряд параметров. Важнейшими из них являются: интегральная и спектральная чувствительности, вольтамперная характеристика, постоянная времени, рабочее напряжение, световая характеристика, кратность изменения сопротивления.

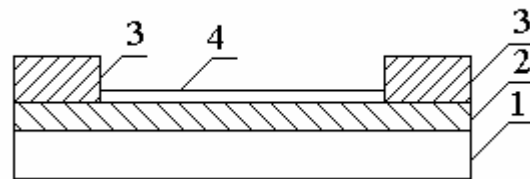


Рис. 13.2

Под *интегральной чувствительностью* ( $k_0$ ) фоторезистора понимают отношение фототока ( $I_\Phi$ ) к величине падающего светового потока ( $\Phi$ ), если к фоторезистору приложено напряжение  $U = 1$  В:

$$k_0 = \frac{J_\Phi}{IU}. \quad (13.3)$$

*Световая (люкс-амперная) характеристика* фоторезистора выражает зависимость фототока от величины светового потока, падающего на фотосопротивление, при постоянном напряжении. Световая характеристика фотосопротивлений не является линейной, что свидетельствует о сложном характере явлений, происходящих при внутреннем фотоэффекте. (В данной лабораторной работе понятие «световая характеристика» имеет несколько иной смысл — см. раздел «Методика эксперимента»)

*Спектральная чувствительность* характеризует величину фототока при действии на фотосопротивление единицы светового потока определенной длины волны при определенном приложенном напряжении.

*Вольтамперная характеристика* фотосопротивления отражает зависимость силы фототока от напряжения, приложенного к фотосопротивлению, при неизменном световом потоке. Для большинства фотосопротивлений вольтамперная характеристика имеет линейный характер, т.е. существует пропорциональная зависимость между фототоком и напряжением при напряжениях, не превышающих допустимое.

Фотоэлектрические процессы в фотосопротивлении обладают инерционностью. Поэтому, когда на поверхность фотосопротивления начинает падать свет, фототок достигает максимального значения не мгновенно, а через некоторый промежуток времени. Аналогичное явление наблюдается и при внезапном прекращении освещения. Процесс освобождения светом новых электронов и дырок сопровождается их рекомбинацией. По мере роста концентрации избыточных носителей заряда скорость рекомбинации также растет, и только по истечении некоторого времени после начала освещения концентрации электронов и дырок достигают равновесных значений, которые сохраняются, пока освещение неизменно. После прекращения освещения избыточные носители не мгновенно, а в течение некоторого времени рекомбинируют друг с другом до тех пор, пока не установится концентрация носителей заряда, характерная для неосвещенного полупровод-

ника (темновая концентрация). Инерционность фотосопротивлений характеризуется *постоянной времени*  $\tau$ , которая определяется как время, за которое фототок после прекращения освещения уменьшается в  $e$  раз.

*Кратность изменения сопротивления* определяет, во сколько раз изменяется омическое сопротивление фоторезистора при его освещении:

$$C = \frac{R_T}{R_{CB}}, \quad (13.4)$$

где  $R_T$  — темновое сопротивление фоторезистора,  $R_{CB}$  — сопротивление фоторезистора при освещении.

### 13.3. Описание лабораторной установки

Принципиальная электрическая схема лабораторной установки показана на рис.13.3.

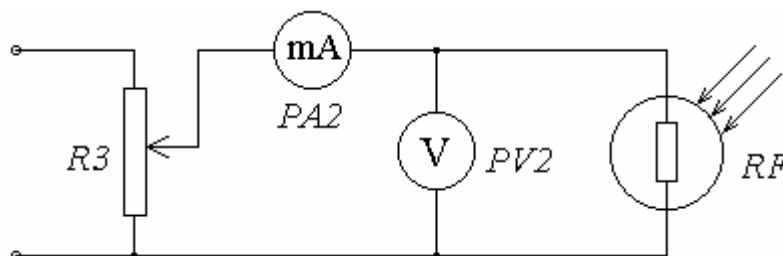


Рис. 13.3

От стабилизированного источника питания напряжение подается на фоторезистор  $RF$ . Потенциометр  $R3$  позволяет регулировать напряжение на фоторезисторе, которое измеряется вольтметром  $PV2$ . Фототок измеряется миллиамперметром  $PA2$ . Все регуляторы и шкалы измерительных приборов расположены на лицевой панели установки.

Источник света укреплен на выдвижной трубчатой штанге с делениями, что позволяет регулировать расстояние от источника света до фотосопротивления и, следовательно, световой поток, падающий на фоторезистор.

### 13.4. Методика проведения эксперимента и обработка результатов

#### 13.4.1. Методика эксперимента

Световой поток  $\Phi$ , падающий на светочувствительную поверхность  $S$  фотосопротивления, можно рассчитать на основании соотношения между основными фотометрическими величинами:

$$\Phi = ES = \frac{J}{r^2} S, \quad (13.5)$$

где  $E$  — освещенность фоторезистора,  
 $J$  — сила света источника,

$r$  — расстояние от источника света до фотосопротивления.

Сила света источника  $J$  и площадь поверхности фотосопротивления  $S$  указаны на установке. Расстояние  $r$  от источника света до фотосопротивления регулируется степенью выдвижения трубки с делениями, на которой закреплен источник света. Из формулы (13.5) видно, что световой поток, падающий на фоточувствительный слой, зависит от расстояния  $r$ . Таким образом, передвигая источник света, можно менять величину светового потока, падающего на фоточувствительный слой.

Регулируя потенциометром  $R3$  напряжение, подаваемое на фотосопротивление  $RF$ , при фиксированных значениях освещенности, снимаем зависимость силы тока от напряжения и строим вольтамперные характеристики.

Изменяя расстояние между фоторезистором и источником света при фиксированных значениях напряжения на фоторезисторе, снимается зависимость силы фототока от расстояния  $r$  и строим семейство световых характеристик.

#### 13.4.2. Порядок проведения работы

1) Установите ручки потенциометров  $R1$ ,  $R2$ ,  $R3$  в крайнее левое положение; переключатель рода работы — в положение «ФОТОРЕЗИСТОР»; тумблер осветителя должен стоять в положении «ВЫКЛ». Перемещая штангу осветителя в крайнее левое положение, установите минимальное расстояние между фотосопротивлением и источником света.

2) Для вольтметра  $PV2$  и миллиамперметра  $PA2$  определите цену деления и пределы измерения.

3) Включите установку в сеть.

4) Для построения темновой вольтамперной характеристики снимите зависимость силы темнового тока  $I_T$  через фотосопротивление от напряжения. Занесите в таблицу 13.1 значения силы тока для 10–12 значений напряжения от нуля до максимального значения.

5) Тумблером включите осветитель.

6) Для двух значений расстояния от источника света до фотосопротивления (по указанию преподавателя) снимите зависимость силы тока от напряжения. Используйте те же значения напряжения на фоторезисторе, что и в п. 4. Результаты измерений занесите в таблицу 13.1.

7) Для построения световой характеристики установите потенциометром  $R3$  значение напряжения на фоторезисторе, указанное преподавателем. Измерьте значения силы тока для освещенностей, соответствующих всем указанным на штанге осветителя расстояниям.

8) Выполните измерения по п. 7 еще для двух значений напряжения, указанных преподавателем.

#### 13.4.3. Обработка результатов измерений

1) По данным таблицы 13.1 постройте на миллиметровой бумаге семейство вольтамперных характеристик фотосопротивления, откладывая по оси абсцисс напряжение в вольтах, а по оси ординат — силу тока в миллиамперах.

2) По данным таблицы 13.2 постройте на миллиметровой бумаге семейство световых характеристик фотосопротивления, откладывая по оси абсцисс расстояние от осветителя до фоторезистора в метрах, а по оси ординат — силу тока в миллиамперах.

3) С помощью формул (13.3) и (13.5) рассчитайте интегральную чувствительность для нескольких наиболее характерных значений светового потока и напряжения.

4) С помощью закона Ома определите сопротивление фоторезистора при разных значениях освещенности и одном и том же напряжении. Рассчитайте кратность изменения сопротивления по формуле (13.1).

Таблица 13.1

|                      |   |   |    |    |           |    |                |
|----------------------|---|---|----|----|-----------|----|----------------|
| $U, \text{ В}$       | 0 | 5 | 10 | 15 | · · · · · | 60 | $r, \text{ м}$ |
| $I_T, \text{ мА}$    |   |   |    |    |           |    |                |
| $I_{r1}, \text{ мА}$ |   |   |    |    |           |    |                |
| $I_{r2}, \text{ мА}$ |   |   |    |    |           |    |                |

Таблица 13.2

|                      |  |  |  |  |           |                |
|----------------------|--|--|--|--|-----------|----------------|
| $r, \text{ м}$       |  |  |  |  | · · · · · | $U, \text{ В}$ |
| $I_{U1}, \text{ мА}$ |  |  |  |  |           |                |
| $I_{U2}, \text{ мА}$ |  |  |  |  |           |                |
| $I_{U3}, \text{ мА}$ |  |  |  |  |           |                |

### 13.5. Список контрольных вопросов

1) Дайте определение внутреннего фотоэффекта. Чем отличается внутренний фотоэффект от внешнего?

2) Почему при освещении полупроводника его сопротивление уменьшается? Может ли сопротивление полупроводника неограниченно уменьшаться при увеличении освещенности?

3) Чем обусловлено наличие проводимости у неосвещенного полупроводника (темновой проводимости)?

4) При внесении в полупроводник даже небольшого количества донорной или акцепторной примеси его фотопроводимость может возрасти на несколько порядков. Почему?

5) Почему внутренний фотоэффект не наблюдается в металлах?

6) Почему фотопроводимость полупроводников наблюдается лишь в некотором спектральном интервале? От чего зависят границы этого интервала?

7) Что такое экситон? Участвуют ли экситоны в переносе зарядов в полупроводнике? Какие экспериментальные факты указывают на существование экситонов в полупроводнике?

8) Опишите конструкцию фотосопротивления. Почему толщина полупроводникового слоя не должна быть велика?

9) Что такое вольтамперная характеристика фотосопротивления? Почему у фоторезистора вольтамперная характеристика обычно имеет линейный вид, а у фотодиода — нелинейный?

10) Что такое световая характеристика фотосопротивления? Поясните ход световых характеристик, полученных вами в лабораторной работе.

11) От чего зависит скорость рекомбинации электронов и дырок в полупроводнике? Как сказывается эта зависимость на ходе световой характеристики фотосопротивления?

12) Как объяснить инерционность фотоэлектрических процессов в фоторезисторе? Предложите способ экспериментального определения характерного времени установления фотопроводимости.

#### СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Савельев И.В. Курс общей физики. Т.3. – М.: Наука, Физматлит, 1987. – 320 с., §57–59, 65.
2. Епифанов Г.И. Физика твердого тела. М.: Высшая школа, 1965.
3. Каганов М.И., Лифшиц И.М. Квазичастицы. М., Наука, Физматлит, 1989.

## 14. ТЕПЛОВОЕ РАСШИРЕНИЕ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

### 14.1. Цель работы

Определение температурного коэффициента линейного расширения металлического стержня в некотором интервале температур.

### 14.2. Содержание работы

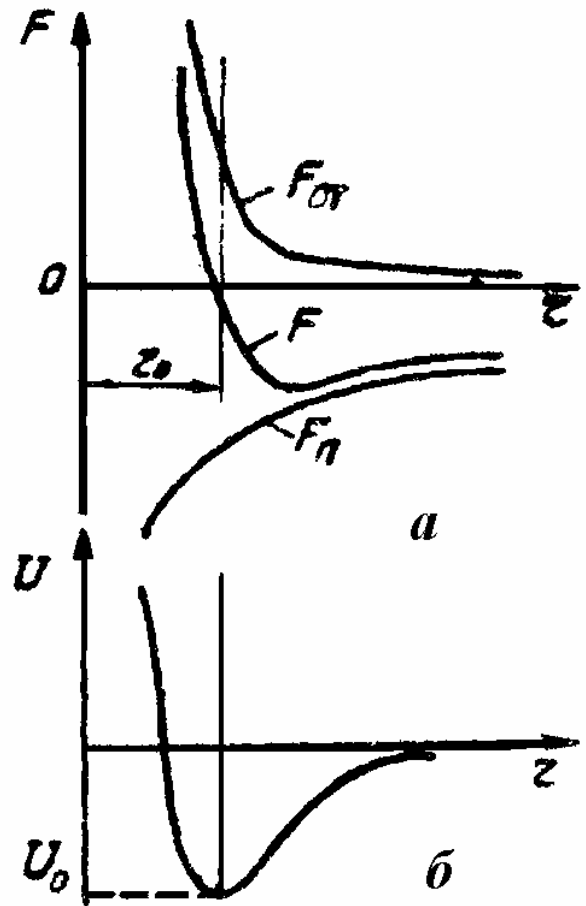
Тепловое расширение – это изменение размеров тела в процессе его нагревания при постоянном давлении.

Причины теплового расширения можно понять, рассматривая классический осциллятор с учетом ангармоничности его колебаний.

Ангармоничность колебаний частиц твердого тела обусловлена характером зависимости сил взаимодействия между атомами от расстояния между ними.

Независимо от природы сил, возникающих при сближении частиц (атомов или молекул), общий характер их остается одинаковым (рис. 14.1 а) [1]: на относительно больших расстояниях появляются силы притяжения  $F_n$ , быстро увеличивающиеся с уменьшением расстояния  $r$  между частицами; на малых расстояниях возникают силы отталкивания  $F_{от}$ , которые с уменьшением  $r$  увеличиваются значительно быстрее, чем  $F_n$ . На расстоянии  $r = r_0$  силы отталкивания уравновешивают силы притяжения и результирующая сила взаимодействия  $F$  обращается в нуль, а энергия взаимодействия достигает минимального значения  $U_0$  (рис. 14.1 б). Эти расстояния  $r_0$  определяют размер тела при абсолютном нуле температуры.

Рис. 14.1



С повышением температуры частицы начинают колебаться около положений равновесия. Допустим частица 1 (рис. 14.2) закреплена неподвижно и колеблется лишь частица 2 вдоль оси  $x$ . Колеблющаяся частица обладает кинетической энергией, достигающей наибольшего значения  $E_k$  в момент прохождения положения равновесия  $O$ . На рис. 14.2 энергия  $E_k$  отложена вверх от дна потенциаль-

ной ямы  $abc$ . При движении частицы 2 влево от положения равновесия кинетическая энергия расходуется на преодоление сил отталкивания ее от частицы 1 и переходит в потенциальную энергию взаимодействия частицы. Отклонение влево происходит до тех пор, пока вся кинетическая энергия частиц  $E_k$  не перейдет в потенциальную, которая увеличивается до  $U_1 = E_k$ , а частица 2 сместится предельно влево на расстояние  $x_1$ . При движении частицы 2 вправо от положения равновесия кинетическая энергия расходуется на преодоление сил притяжения ее к частице 1 и также переходит в потенциальную энергию взаимодействия частиц. На расстоянии  $x_2$  от положения равновесия вся кинетическая энергия  $E_k$  переходит в потенциальную.

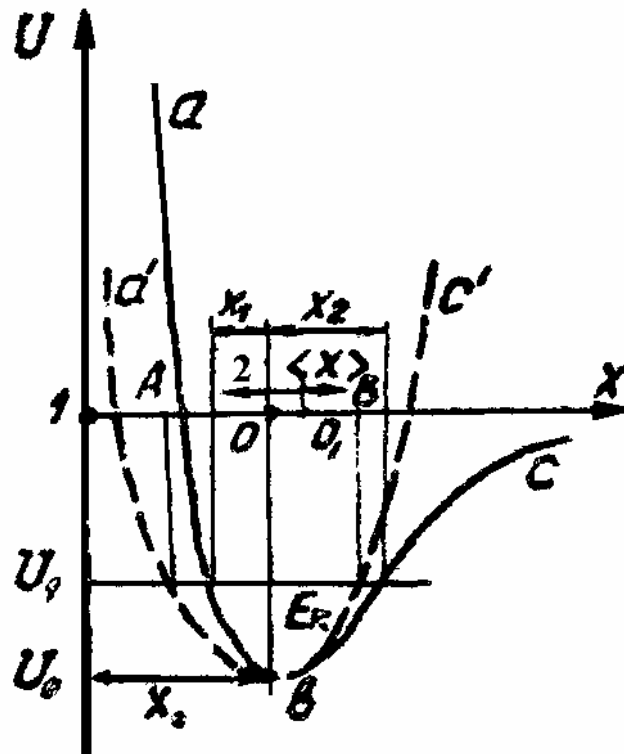


Рис. 14.2

Если бы частица 2 совершала гармонические колебания, то сила, возникающая при смещении  $x$  частицы из положения равновесия, удовлетворяла бы закону Гука

$$F = -kx, \quad (14.1)$$

а изменение потенциальной энергии  $U(x)$

$$U(x) = \frac{kx^2}{2} \quad (14.2)$$

описывалось бы симметричной параболой  $a' c'$  (см. рис. 14.2). Потому отклонения  $x_1$  и  $x_2$  были бы одинаковыми по величине и середина размаха АВ совпала бы с положением равновесия О. Нагревание тела в этом случае не могло бы вызывать его расширения, так как с увеличением температуры происходило бы лишь

увеличение амплитуды колебаний частицы, а средние расстояния между ними оставались бы неизменными.

В действительности же потенциальная кривая  $авс$  (см. рис. 14.2) является несимметричной, т.к. ее левая ветвь  $ва$  поднимается круче правой ветви  $вс$ .

Для учета асимметрии потенциальной кривой необходимо ввести дополнительный член  $-gx^3/3$ , тогда (14.1) и (14.2) примут следующий вид:

$$U(x) = kx^2/2 - gx^3/3, \quad (14.3)$$

$$F(x) = -dU/dx = -kx + gx^2. \quad (14.4)$$

При  $x > 0$  член  $gx^3/3$  вычитается, а при  $x < 0$ , он прибавляется к  $kx^2/2$ , что приводит к асимметрии потенциальной кривой.

Несимметричный характер потенциальной кривой приводит к тому, что отклонения частицы 2 вправо и влево оказываются неодинаковыми: вправо частица отклоняется сильнее, чем влево (см. рис. 14.2).

Вследствие этого среднее положение частицы 2 (точка  $O_1$ ) уже не совпадает с положением равновесия  $O$ , а смещается вправо. Это соответствует увеличению среднего расстояния между частицами на  $\langle x \rangle$ .

Таким образом, причиной теплового расширения тел является ангармонический характер колебаний частиц твердого тела, обусловленный асимметрией кривой зависимости энергии взаимодействия частиц от расстояния между ними.

Количественно тепловое расширение твердых тел характеризуется температурным коэффициентом линейного расширения  $\alpha$ , который показывает, на какую долю первоначальной длины  $l$  изменяются размеры тела при нагревании его на один градус, и определяется соотношением

$$\alpha = \frac{1}{l} \frac{dl}{dT}. \quad (14.4)$$

Коэффициент  $\alpha$  зависит от природы твердых тел и вследствие анизотропии кристаллов может быть различным в различных направлениях. Коэффициент линейного расширения  $\alpha$  в области низких температур зависит также от температуры: вблизи абсолютного нуля коэффициент  $\alpha$  уменьшается с понижением температуры пропорционально кубу температуры, стремясь к нулю при абсолютном нуле. В области высоких температур для большинства материалов коэффициент линейного расширения практически не зависит от температуры, и тогда длина твердого тела возрастает линейно с температурой, а коэффициент  $\alpha$  определяется выражением:

$$\alpha = \frac{1}{l} \frac{\Delta l}{\Delta T}. \quad (14.5)$$

где  $l$  – длина тела при некоторой начальной температуре  $T_1$ ;

$\Delta l$  – удлинение тела при нагревании его от температуры  $T_1$  до  $T_2$  ( $\Delta T = T_2 - T_1$ ).

По формуле (14.5) и определяют температурный коэффициент линейного расширения металлического стержня в данной работе.

### 14.3. Описание лабораторной установки

Исследуемый стержень 1 вместе с цилиндрическим нагревателем (рис. 14.3) помещен на столике 2 горизонтального оптиметра между контактными измерительными наконечниками 3 и 4, надеваемыми на штифты трубки оптиметра и пиноли 6.

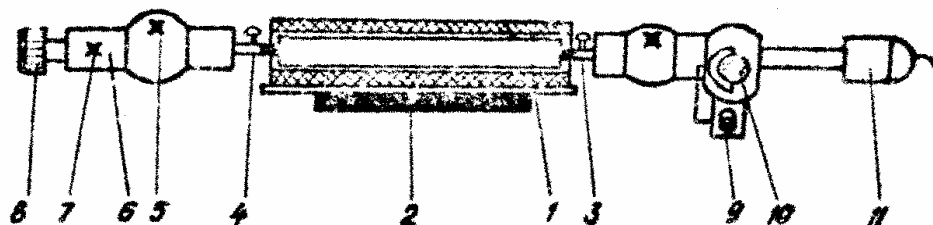


Рис. 14.3

Контакт 4 может перемещаться при вращении винта 8 и крепится винтами 5 и 7 неподвижно, а другой контакт 3 перемещается по мере удлинения стержня при нагревании. Перемещение этого контакта определяется по шкале, которую можно наблюдать в окуляре 9. Для освещения шкалы в поле зрения служат осветитель 11 и зеркало 10.

**ВНИМАНИЕ! НЕЛЬЗЯ КАСАТЬСЯ РУКАМИ ПОВЕРХНОСТЕЙ ОПТИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ (линз, зеркала) ПРИБОРА!**

Электрический нагреватель 1 включается в сеть через трансформатор.

Для измерения температуры исследуемого стержня используется точечный терморезистор, вмонтированный в стержень. Контакты терморезистора выведены на столик и подключены к измерителю сопротивления.

### 14.4. Методика проведения эксперимента и обработка результатов

#### 14.4.1. Методика эксперимента

Для определения температурного коэффициента линейного расширения по формуле (14.5) необходимо измерить длину стержня  $l$  при некоторой температуре (например, комнатной), определить удлинение его при нагревании и соответствующее этому удлинению изменение температуры.

Удлинение стержня определяется по шкале оптиметра. Видимое в окуляр смещение шкалы на одно деление соответствует перемещению измерительного контакта (шрифта) 3, а следовательно, удлинению стержня на 1 мкм.

Температура стержня при нагревании определяется по сопротивлению терморезистора (активного полупроводникового элемента, электрическое сопротив-

ление которого зависит от температуры). При нагревании сопротивление  $R$  терморезистора уменьшается. График зависимости  $R(T)$  для используемого в работе терморезистора приведен на лабораторном столе. Измерив сопротивление  $R$  терморезистора, по этому графику можно определить температуру стержня при любом его удлинении.

#### 14.4.2. Порядок выполнения работы

- 1) Установите ручку трансформатора нагревателя на деление «нуль», затем включите осветитель прибора в сеть.
- 2) Отпустите винты 5 и 7 (см. рис. 14.3) и перемещая столик 2 и пиноль 6, установите их так, чтобы наконечники 3 и 4 касались с обоих концов стержня, а в поле зрения окуляра 9 появилась шкала. Винтом 5 закрепите пиноль 6.
- 3) Зеркальцем 10 добейтесь хорошей освещенности шкалы в поле зрения окуляра 9.
- 4) Вращая винт 8 пиноли, установите правый край шкалы (деление + 100) против указателя. Закрепите пиноль винтом 7.
- 5) Ознакомьтесь с измерителем сопротивления и подготовьте его к работе (инструкция на лабораторном столе).
- 6) Измерьте сопротивление  $R$  терморезистора при комнатной температуре, занесите результат в таблицу, при этом  $\Delta l = 0$ .
- 7) Включите нагреватель, для чего установите ручку трансформатора на деление «40 В», предварительно включив трансформатор в сеть.
- 8) Проводите измерения сопротивления  $R$  терморезистора через каждые 20 мкм удлинения стержня (20 делений шкалы) до общего удлинения – 200 мкм. Данные заносите в таблицу.
- 9) Отключите нагреватель и проведите измерения сопротивления терморезистора при остывании стержня также через каждые 20 мкм.
- 10) Отключите установку.

#### 14.4.3. Обработка результатов измерений

- 1) Для каждого удлинения вычислите среднее значение сопротивления терморезистора.
- 2) По средним значениям сопротивления определите температуру стержня, пользуясь графиком зависимости  $R(T)$  терморезистора. Определите приращения температуры  $\Delta T$ , соответствующие каждому удлинению.
- 3) Изобразите графически зависимость  $\Delta l = f(\Delta T)$ . Через экспериментальные точки проведите прямую так, чтобы она лежала ближе к точкам и чтобы по обе стороны ее оказалось приблизительно равное их количество.
- 4) Из графика определите отношение  $\Delta l / \Delta T$ , подставьте найденное значение в формулу (14.5) и определите температурный коэффициент линейного расширения стержня. Длина стержня приведена на лабораторном столе.

5) По значению  $\alpha$  определите материал, из которого изготовлен стержень (смотрите таблицу на лабораторном столе).

Таблица 14.1.

| Показания<br>шкалы оп-<br>тиметра,<br>Дел. | Удлинение<br>стержня<br>$\Delta l$ , $10^{-6}$ м | Сопротивление терморезистора, кОм |                    |                     | Температура,<br>°С | $\Delta T$ ,<br>К | $\alpha$ ,<br>$K^{-1}$ |
|--------------------------------------------|--------------------------------------------------|-----------------------------------|--------------------|---------------------|--------------------|-------------------|------------------------|
|                                            |                                                  | При нагр-<br>вании                | При осты-<br>вании | Среднее<br>значение |                    |                   |                        |
| 100                                        | 0                                                |                                   |                    |                     |                    |                   |                        |
| 80                                         | 20                                               |                                   |                    |                     |                    |                   |                        |
| .                                          | .                                                |                                   |                    |                     |                    |                   |                        |
| .                                          | .                                                |                                   |                    |                     |                    |                   |                        |
| .                                          | .                                                |                                   |                    |                     |                    |                   |                        |

#### 14.5. Перечень контрольных вопросов

- 1) Каков характер взаимодействия между атомами в твердых телах? Как силы взаимодействия атомов зависят от расстояния между ними?
- 2) Как объяснить тепловое расширение твердых тел?
- 3) Каков физический смысл температурного коэффициента линейного расширения?
- 4) Назовите размерность коэффициента линейного расширения в СИ.
- 5) Как определяется в работе температура стержня?
- 6) Перечислите основные источники погрешности определения  $\alpha$ .

#### СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Епифанов Г.И. Физика твердого тела. – М.: «Высшая школа», 1977. – 288с., §8, 35.
2. Кикоин А.К., Кикоин И.К. Молекулярная физика М.: «Просвещение», 1976. – 432с., §139.

## 15. ИЗУЧЕНИЕ ПОВЕДЕНИЯ МИКРОЧАСТИЦ ВБЛИЗИ ПОТЕНЦИАЛЬНОГО БАРЬЕРА И ОСОБЕННОСТЕЙ «ТУННЕЛЬНОГО ЭФФЕКТА»

### 15.1. Цель работы

Методом расчета на персональном компьютере изучить особенности поведения микрочастиц вещества вблизи одномерных потенциальных барьеров различных размеров и оценить характеристики «туннельного эффекта» при прохождении этих барьеров.

### 15.2. Содержание работы

Движение и поведение микрочастиц вещества в квантовой механике хорошо описывается с помощью уравнения Шрёдингера и его решения. Одним из распространенных случаев такого подхода является решение задачи о поведении частицы на границе раздела двух или нескольких областей, в каждой из которых потенциальная энергия частицы постоянна, но различается на конечную величину [1].

Схематизируя реально встречающиеся условия, предположим, что на границе областей I и II потенциальная энергия изменяется скачком, как показано на рисунке 15.1, а, б.

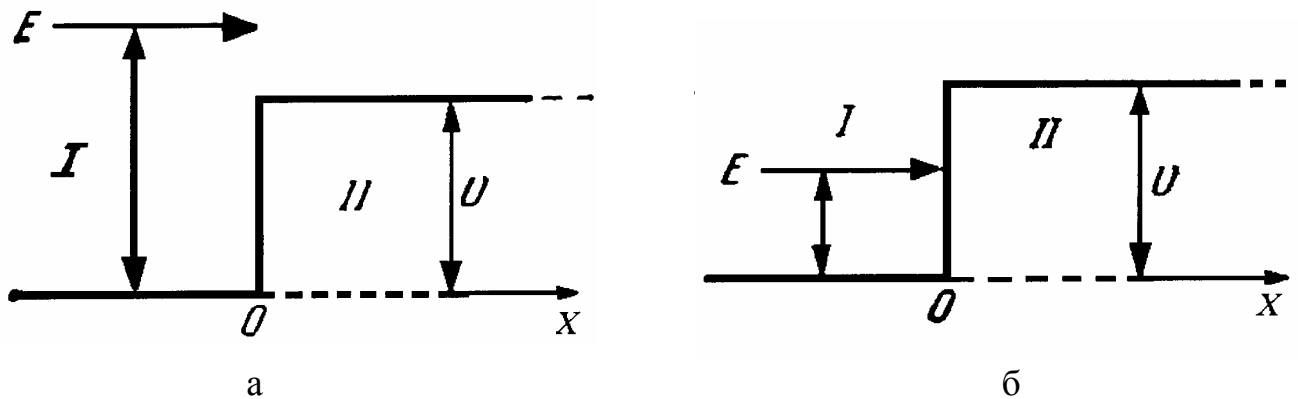


Рис. 15.1

Выберем ось  $X$  в направлении движения частицы массой  $m$  и тогда будем описывать её поведение волновой функцией  $\psi = \psi(x)$ . Уравнение Шрёдингера можно записать для такого случая в виде

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\psi = 0, \quad (15.1)$$

где  $\hbar = \frac{h}{2\pi}$  - постоянная Планка;

$E$  - энергия частицы;

$U$  - потенциальная энергия зоны, причем в зоне I при  $x < 0$  имеем  $U = 0$ , а в зоне II при  $x > 0$  имеем  $U = U_0 = \text{const}$ .

Детальное решение уравнения Шрёдингера (15.1) для зон I и II дает следующие общие уравнения для волновых функций в каждой из зон [1,2]:

для I: 
$$\psi_1 = a_1 e^{ik_1 x} + v_1 e^{-ik_1 x}; \quad (15.2)$$

для II: 
$$\psi_2 = a_2 e^{ik_2 x} + v_2 e^{-ik_2 x}. \quad (15.3)$$

Здесь  $k_1 = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2mE}$ , а  $k_2 = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(E-U)}$  - волновые числа волн де-Бройля в соответствующих зонах I и II.

Рассмотрим условия перехода частиц из области I в область II в обоих случаях, представленных на рис. 15.1, а и 15.1, б.

При  $E > U$  (см. рис. 15.1, а) частица, подчиняющаяся классической механике, обязательно перейдет из области I в область II, преодолев задерживающее поле с энергией  $U$ , и будет двигаться в области II с уменьшенной энергией  $(E - U)$ .

Частица, подчиняющаяся квантовой механике, будет в этом случае вести себя совершенно иначе. Это связано, прежде всего, с характером решения уравнения Шрёдингера (15.2), в котором первый член описывает падающую волну де-Бройля, распространяющуюся в направлении оси  $X$ , а второй член - отраженную волну де-Бройля. При этом следует заметить, что в зоне I могут распространяться как падающая, так и отраженная волны, а в зоне II - лишь проходящая волна (так как для отражения в этой зоне нет причин - нет границы раздела). Поэтому в (15.3) следует положить  $v_2 = 0$  и тогда

$$\psi_2 = a_2 e^{ik_2 x}.$$

Если положить амплитуду падающей волны  $a_1 = 1$ , то можно вычислить остальные амплитуды  $v_1$  и  $a_2$ , применяя граничные условия. Расчет дает [1], что

$$v_1 = \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} \text{ и } a_2 = \frac{2k_1}{k_1 + k_2}. \quad (15.4)$$

Следовательно, для коэффициентов отражения  $R$  и прозрачности  $D$ , которые по аналогии с оптикой пропорциональны квадратам соответствующих амплитуд (с учетом, что  $a_1^2 = 1$ ), будем иметь

$$R = v_1^2 = \left( \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} \right)^2 \quad (15.5)$$

и 
$$D = a_2^2 \frac{k_2}{k_1} = \frac{4k_1 k_2}{(k_1 + k_2)^2}. \quad (15.6)$$

Эти коэффициенты можно истолковать с корпускулярной точки зрения следующим образом:  $R$  представляет вероятность частице испытать отражение на границе раздела областей, а  $D$  - вероятность пройти в область II или, как принято говорить, преодолеть потенциальный барьер. Как и следовало ожидать при этом  $R + D = 1$ , что вытекает из подстановки в это выражение формул (15.5) и (15.6).

Расчет коэффициентов  $R$  и  $D$  по этим же формулам показывает, что, когда энергия частицы вдвое больше высоты потенциальной ступени  $U$ , вероятность от-

ражения имеет заметную величину (около 3%). Эта вероятность вырастает еще больше при уменьшении соотношения  $\frac{E}{U}$ .

При  $E < U$  (см. рис.15.1, б) переход из области I в II по классической механике невозможен, т.к. при этом условии потенциальная энергия частицы больше полной, а значит кинетическая энергия должна была бы стать отрицательной и скорость - мнимой.

Расчет по квантовой механике коэффициента отражения  $R$  для этого случая дает

$$R = \left| \frac{k_1 - ik}{k_1 + ik} \right|^2 = 1, \quad (15.7)$$

где  $k = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(U - E)}$ , а  $i = \sqrt{-1}$ .

Следовательно, отражение в этом случае является полным ( $R = 1, D = 0$ ), что вполне соответствует ожидаемому результату. Однако при этом (как показывает детальный расчет  $\psi$  - функции) имеется определенная вероятность найти частицу в области II:

$$\psi_2^2 = a_2^2 e^{-\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(U-E)}x}. \quad (15.8)$$

Правда, эта вероятность экспоненциально (т.е. очень быстро) убывает с увеличением  $x$ , но она отлична от нуля. Значит, микроскопические частицы могут проникать в области "запрещенные" для частиц макроскопических. Оценочный расчет дает, например, что относительная вероятность найти электрон на расстоянии  $10^{-10}$  м от границы при условии, если  $(U - E) = 1$  эВ, составляет 29%, т.е. очень большая. Однако уже при  $x = 5 \cdot 10^{-10}$  м эта вероятность становится равной лишь 0,5%.

Теперь рассмотрим поведение микрочастиц вблизи потенциального барьера конечной ширины  $d$  (см. рис.15.2). Предположим, что частица движется слева направо параллельно оси  $X$  в поле, которое мы разделим на три области.

В области I, т.е. при  $x < 0$ , потенциальная энергия  $U = 0$ ;

в области II, т.е. при  $0 \leq x \leq d$ , —  $U = \text{const} \neq 0$ ;

в области III, т.е. при  $x > d$ , —  $U = 0$ .

Этот тип барьера схематически представляет условия, встречающиеся при решении многих задач атомной физики.

Напишем уравнение Шрёдингера для каждой области отдельно:  
для областей I и III ( $U = 0$ ):

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{8\pi^2m}{h^2} E \psi = 0, \quad (15.9)$$

и для области II ( $U \neq 0$ ):

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{8\pi^2m}{h^2} (E - U) \psi = 0. \quad (15.10)$$

Решения этих уравнений будут соответственно:

$$\psi_{I, III} = e^{\pm ik_1 x} \quad \left( k_1 = \frac{2\pi}{h} \sqrt{2mE} = \frac{2\pi}{\lambda} \right), \quad (15.11)$$

$$\psi_{II} = e^{\pm ik_2 x} \quad \left( k_2 = \frac{2\pi}{h} \sqrt{2m(E - U)} \right). \quad (15.12)$$

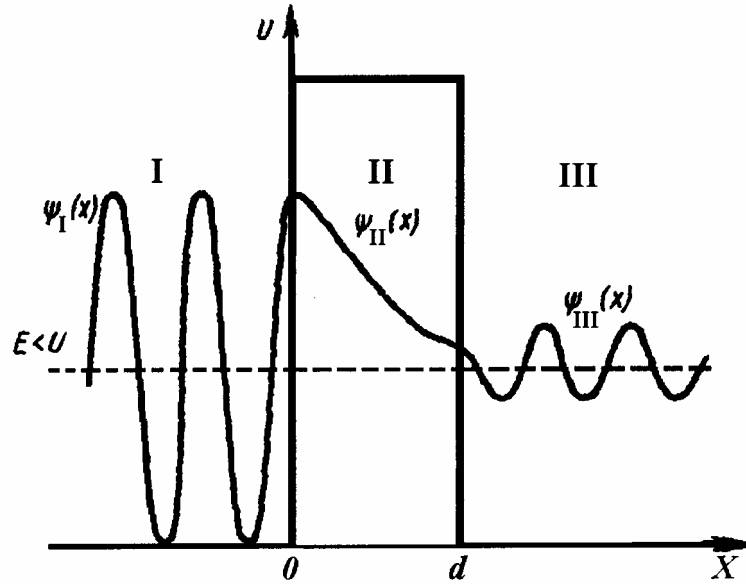


Рис. 15.2

Отличие рассматриваемого случая от изученного ранее (на основании рис. 15.1) состоит в том, что теперь (см. рис. 15.2) отражение имеет место как на границе областей I и II, так и на границе областей II и III. В соответствии с этим решениями будут:

$$\psi_I = e^{ik_1 x} + b_1 e^{-ik_1 x}, \quad \psi_{II} = a_2 e^{ik_2 x} + b_2 e^{-ik_2 x}, \quad \psi_{III} = a_3 e^{\pm ik_1 x}. \quad (15.13)$$

При этом, как и ранее, коэффициент  $a_1$  положен равным единице. Графики  $\psi$  - функций для каждой из зон I, II, III, соответственно, представлены на рис. 15.2 в виде сплошных линий.

Для вычисления коэффициентов  $R$  и  $D$  необходимо найти прежде всего постоянные  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ . С этой целью можно воспользоваться условиями непрерывности функции  $\psi$  и ее первой производной на границах областей I и II, II и III, т.е. при  $x = 0$  и при  $x = d$ . Выпишем эти условия:

$$(\psi_I)_{x=0} = (\psi_{II})_{x=0}, \quad \left( \frac{d\psi_I}{dx} \right)_{x=0} = \left( \frac{d\psi_{II}}{dx} \right)_{x=0}; \quad (15.14)$$

$$(\psi_{II})_{x=d} = (\psi_{III})_{x=d}, \quad \left( \frac{d\psi_{II}}{dx} \right)_{x=d} = \left( \frac{d\psi_{III}}{dx} \right)_{x=d}. \quad (15.15)$$

Эти условия дают

$$\left. \begin{aligned} 1 + b_1 &= a_2 + b_2, \\ k_1 - k_1 b_1 &= k_2 a_2 - k_2 b_2, \\ a_2 e^{ik_2 d} + b_2 e^{-ik_2 d} &= a_3 e^{ik_1 d}, \\ a_2 e^{ik_2 d} - b_2 e^{-ik_2 d} &= a_3 \frac{k_1}{k_2} e^{ik_1 d}. \end{aligned} \right\} \quad (15.16)$$

Решая эту систему уравнений, найдем следующее выражение для  $a_3$ :

$$a_3 = \frac{4k_1 k_2 e^{ik_1 d}}{(k_1 + k_2)^2 e^{-ik_2 d} - (k_1 - k_2)^2 e^{ik_2 d}}. \quad (15.17)$$

Коэффициент прозрачности барьера  $D$  [см. формулу (15.6)] в данном случае равен просто квадрату модуля  $a_3$  ввиду того, что длина волны в областях I и III - одна и та же:

$$D = |a_3|^2 = a_3 a_3^*. \quad (15.18)$$

Представляет интерес величина  $D$  в том случае, когда  $E < U$ . При этом

$$k_2 = \frac{2\pi}{h} \sqrt{2m(E - U)}$$

будет, очевидно, чисто мнимым числом. Положим

$$k_2 = ik,$$

где

$$k = \frac{2\pi}{h} \sqrt{2m(U - E)}. \quad (15.19)$$

Экспоненциальные функции  $e^{\pm ik_2 d}$ , входящие в знаменатель выражения (15.17), будут при этом условиями действительными числами  $e^{\mp kd}$ . Вместо формулы (15.17) мы получим

$$\begin{aligned} a_3 &= \frac{i4k_1 k e^{ik_1 d}}{(k_1 + ik)^2 e^{kd} - (k_1 - ik)^2 e^{-kd}}, \\ a_3^* &= \frac{-i4k_1 k e^{-ik_1 d}}{(k_1 - ik)^2 e^{kd} - (k_1 + ik)^2 e^{-kd}}. \end{aligned}$$

Дальнейший расчет дает

$$D = a_3 a_3^* = \frac{4}{\frac{1}{4} \left( \frac{k_1}{k} + \frac{k}{k_1} \right)^2 e^{2kd} + 4}. \quad (15.20)$$

Можно заметить, что слагаемым 4 в знаменателе формулы (15.20) можно пренебречь по сравнению с  $e^{2kd}$  и, так как  $k_1$  и  $k$  одного порядка величины, то с точностью до несущественного множителя:

$$D \sim e^{-2kd} = e^{-\frac{4\pi}{h} \sqrt{2m(U-E)} d}. \quad (15.21)$$

Эта формула показывает, что проникаемость барьера в очень сильной степени зависит от его ширины  $d$ . Оценка величины  $D$  для разных значений ширины барьера

показывает, что проницаемость довольно велика (несколько процентов) для барьеров атомных размеров ( $\sim 10^{-10}$  м), но уже для  $d = 10^{-9}$  м она становится ничтожно малой.

Интересно отметить, что прохождение через потенциальный барьер не сопровождается для частицы потерей энергии: она выходит из пределов барьера с той же энергией, с какой в него попадает.

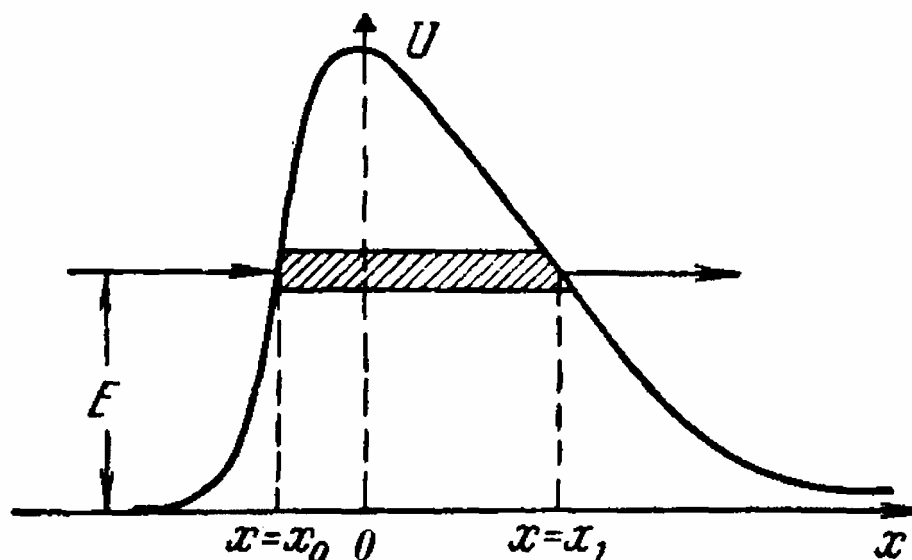


Рис. 15.3

Мы рассмотрели случай прохождения частицы через потенциальный барьер весьма упрощенной прямоугольной формы. Можно показать, что коэффициент прозрачности барьера произвольного вида (см. рис 15.3) выражается с достаточным приближением формулой, которая является естественным обобщением формулы (15.21),

$$D = Ce^{-\frac{4\pi}{h}\sqrt{2m} \int_{x_0}^{x_1} \sqrt{U-E} dx}, \quad (15.22)$$

где  $C$  - несущественная постоянная порядка единицы.

Прохождение через потенциальный барьер часто образно называют «*туннельным эффектом*»: для преодоления барьера частица не взбирается на его вершину, но проходит под ней как бы через туннель.

Многие явления, недоступные для объяснения в классической механике, легко объясняются в квантовой механике именно благодаря «туннельному эффекту» (например, эмиссия электронов из металлов, явления в контактном слое на границе двух полупроводников,  $\alpha$  - распад, протекание термоядерных реакций).

### 15.3. Описание лабораторной установки

Данная работа проводится расчетным методом на персональном компьютере. Для ее выполнения используется специальная программа, созданная на языке TURBO-PASCAL, которая загружена в компьютер. Программа предназначена для расчета уровней энергии заданной микрочастицы, ее волновой функции и плотно-

сти вероятности нахождения микрочастицы вблизи прямоугольного потенциального барьера, а также коэффициентов отражения и прохождения барьера.

Функционально программа состоит из двух блоков, которые позволяют:

1) рассчитать все вышеперечисленные характеристики нахождения микрочастицы вблизи потенциального барьера в случае ее положения над барьером;

2) рассчитать такие же характеристики в случае, когда частица находится ниже предельной высоты барьера.

Оба блока связаны между собой в интерактивное текстовое меню, которое позволяет выбрать необходимое задание. Выбор пункта меню осуществляется с помощью клавиш " $\downarrow$ ", " $\uparrow$ " и подтверждением клавишей "ВВОД".

На справочных экранах программы представлены необходимые диапазоны вводимых значений. В случае неправильного ввода данных действие программы останавливается.

Для успешного выполнения работы надо иметь лишь элементарные навыки пользования компьютером. Эти навыки сводятся к умению работы с клавиатурой компьютера. В случае, если таких навыков у студента нет, необходимо перед выполнением работы проконсультироваться у преподавателя и выполнение работы проводить только в присутствии лаборанта или преподавателя.

**КАТЕГОРИЧЕСКИ ЗАПРЕЩАЕТСЯ** нажимать на клавиатуре компьютера какие-либо клавиши, кроме букв алфавита, цифр, клавиш перемещения курсора и клавиши "ВВОД". Все остальные клавиши нажимаются только с разрешения и в присутствии лаборанта.

#### 15.4. Методика проведения эксперимента и обработка результатов

##### 15.4.1. Методика эксперимента

Заложенная в компьютер программа предполагает выполнение следующих четырех расчетных операций:

1) расчет прямоугольного потенциального барьера, вблизи которого находится заданная микрочастица, и его графическое представление;

2) расчет вероятности прохождения и отражения частицы от заданного барьера;

3) расчет и построение графика  $\psi$  - функции для частицы в состоянии с заданной энергией;

4) расчет и построение графика плотности вероятности нахождения микрочастицы на выбранном энергетическом состоянии вблизи заданного потенциального барьера.

Все эти расчеты могут выполняться для широкого интервала значений масс и энергий микрочастиц, а также параметров потенциальных барьеров, которые вводятся в начале выполнения работы. После всех расчетов на экран монитора выводятся рассчитанные значения необходимых величин и графики получаемых функций. Все графики могут рассматриваться на экране монитора, зарисовывать-

ся в протокол работы или распечатываться на принтере для сравнения и анализа полученных результатов.

Расчет всех четырех операций выполняется на компьютере довольно быстро (порядка 15-20 минут), что позволяет проводить его неоднократно в течение занятия. После выполнения всей работы ее можно повторить для других значений параметров, вводимых в процессе работы, а затем сравнить полученные результаты.

#### 15.4.2. Порядок выполнения работы

1. При домашней подготовке выберите и запишите в протокол (в произвольной форме) значения масс микрочастиц, ширины потенциального барьера и уровней энергии микрочастиц, предполагаемые для изучения.

В лаборатории перед началом работы обсудите с преподавателем целесообразность расчетов для выбранных параметров. Затем проверьте, включены ли компьютер и монитор (а также, при возможности, принтер). Если Вы впервые работаете на данном типе компьютера, получите необходимый инструктаж по его эксплуатации у лаборанта.

Получив разрешение на работу, с помощью клавиш управления курсором выделите пункт меню "ЧАСТИЦА НАД БАРЬЕРОМ", нажмите клавишу "ВВОД" и приступайте к выполнению задания.

2. Введите выбранные значения массы микрочастицы (в килограммах) на машинном языке (например,  $10^{-31} = 1\text{E}-31$ ), ширины потенциального барьера (в метрах), его высоты (в электрон-вольтах) и энергию микрочастицы (также в электрон-вольтах), учитывая, что она должна быть больше высоты барьера.

Помните, что после набора соответствующего числа нужно нажимать клавишу "ВВОД" для отправки этого числа в расчетную программу.

3. Приготовьте Ваш протокол работы для того, чтобы вписать в него расчетные значения коэффициентов пропускания и отражения выбранной микрочастицы от барьера, а также зарисовать картину положения частицы вблизи барьера. Сделайте эти записи и зарисовки в протокол.

4. После окончания зарисовки нажмите любую клавишу и перейдите к выполнению следующего задания по расчету  $\psi$ -функции и ее квадрата (плотности вероятности). По окончании расчета на экране монитора будут построены графики  $\psi$ -функции и плотности вероятности нахождения микрочастицы в данном энергетическом состоянии вблизи выбранного потенциального барьера. Зарисуйте эти графики в свой протокол работы. После этого нажмите любую клавишу.

5. Затем выделите пункт меню "ЧАСТИЦА ПОД БАРЬЕРОМ", нажмите клавишу "ВВОД" и перейдите к выполнению следующего задания. Для этого повторите пункты 2,3 и 4 данного раздела, учитывая только, что значение энергии микрочастицы должно быть меньше значения высоты барьера (в электрон-вольтах).

Закончив зарисовку всех графиков для данного задания, нажмите любую клавишу и выйдите в начальное меню работы. При необходимости повторите выполнение нужного задания для тех же или других значений вводимых величин.

6. Выполнив тем самым весь цикл работы, при наличии времени повторите ее для других параметров вводимых величин. Перерисуйте результаты в протокол своей работы. Для окончания работы выделите в главном меню пункт "ВЫХОД ИЗ ПРОГРАММЫ" и нажмите клавишу "ВВОД". На этом Ваше выполнение работы закончено.

#### 15.4.3. Обработка результатов измерений

При домашней обработке результатов сравните полученные значения коэффициентов отражения и пропускания заданных потенциальных барьеров для выбранных микрочастиц и все графики  $\psi$  -функций и плотности вероятности нахождения этих частиц вблизи барьеров. Сделайте выводы по всем полученным результатам и сравните их с теоретическими данными для аналогичных условий поведения микрочастиц вблизи потенциальных барьеров [1 - 3]. Ответьте на контрольные вопросы.

#### 15.5. Перечень контрольных вопросов

1. Что определяет уравнение Шрёдингера? Как оно записывается и решается для случая нахождения микрочастицы вблизи границы скачкообразного изменения потенциальной энергии?
2. Как находятся коэффициенты отражения и прозрачности на границе раздела потенциальной энергии?
3. Как записывается и решается уравнение Шрёдингера для микрочастицы вблизи прямоугольного потенциального барьера конечной ширины?
4. Как находится коэффициент прозрачности потенциального барьера прямоугольной и произвольной формы?
5. В чем состоит явление «туннельного эффекта» и где оно используется?
6. Какие выводы можно сделать из полученных результатов?

#### СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шпольский Э.В. Атомная физика. В 2-х т. - Т.1. - М.: Физматгиз, 1963. - С.484-503.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. В 3-х т. - Т.3. - М.: Наука, 1979. -С.85-90.
3. Трофимова Т.Н. Курс физики. - М.: Высш. шк., 1994. - С. 407 - 410.

## 16. ИЗУЧЕНИЕ ОПЫТОВ РЕЗЕРФОРДА И СТРОЕНИЯ АТОМА ПО РЕЗЕРФОРДУ-БОРУ

### 16. 1. Цель работы

Изучить с помощью компьютерного моделирования и расчетов результаты опытов Резерфорда и Чадвика по просвечиванию  $\alpha$ -частицами металлических пластинок и теорию рассеяния  $\alpha$ -частиц. Проанализировать построение модели атома Резерфорда-Бора для разных значений зарядового числа элемента.

### 16. 2. Содержание работы

Как показали опыты, проведенные Резерфордом с сотрудниками еще в 1911-13 г. г., параллельный пучок  $\alpha$ -частиц, пройдя сквозь слой вещества (тонкий металлический листочек), рассеивается [1,2]. В основном,  $\alpha$ -частицы отклоняются на небольшие углы, в среднем  $2-3^\circ$ , и распределение  $\alpha$ -частиц по углам в точности следует статистической кривой случайных явлений. Но наряду с этим некоторое число  $\alpha$ -частиц (очень малое - примерно 1 на 8000) рассеивается на большие углы, иногда превышающие  $90^\circ$  и достигающие в некоторых случаях почти до  $180^\circ$ . Детальный анализ результатов показал, что эти большие углы рассеяния для указанного числа  $\alpha$ -частиц выходят за рамки накопления случайных малых отклонений и являются результатом единичного соударения (для одной  $\alpha$ -частицы).

Резерфорд указал, что это возможно, если внутри атома имеется чрезвычайно сильное электрическое поле, которое создается положительным зарядом, связанным с большой массой и сконцентрированным в очень малом объеме (радиусом порядка  $10^{-15}$  м). Отсюда и возникла "ядерная" модель атома, согласно которой атом устроен наподобие планетной системы: малое по размерам, положительно заряженное ядро, в котором сосредоточена почти вся масса атома, и отрицательные электроны, обращающиеся около этого ядра по замкнутым орбитам.

На основании этих представлений Резерфорд развил количественную теорию рассеяния  $\alpha$ -частиц. Пусть в точке  $O$  (рис. 16.1) помещается рассеивающее ядро.

Обозначим заряд этого ядра через  $+Ze$ , где  $Z$  - порядковый номер элемента, а  $e$  - заряд электрона. Предположим, что масса указанного ядра настолько больше массы  $\alpha$ -частицы, что при взаимодействии с последней ядро можно считать неподвижным. Также предположим, что сила взаимодействия между ядром и  $\alpha$ -частицей подчиняется закону Кулона, т.е. что эта сила обратно пропорциональна квадрату расстояния между обеими частицами. Необходимо учитывать, что это последнее предположение на первых порах является только гипотезой и оправдывается лишь последующим согласием теории с экспериментом.

Классическая механика показывает, что при всех этих предположениях  $\alpha$ -частица должна описывать относительно ядра  $O$  гиперболу. Обозначим массу  $\alpha$ -частицы через  $M$ , ее заряд  $+Z_\alpha e$ , а ее скорость на большом расстоянии от рассеивающего ядра - через  $v$ . Если бы  $\alpha$ -частица не взаимодействовала с ядром, то она

прошла бы на расстоянии  $p$  (рис. 16.1) от ядра (так называемое "прицельное расстояние").

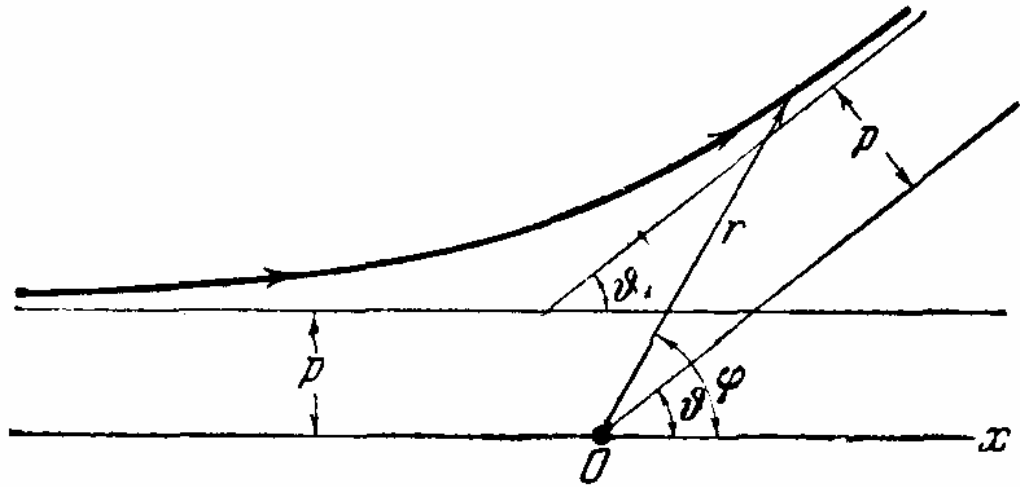


Рис. 16. 1

Потенциальная энергия взаимодействия  $\alpha$ -частицы в поле неподвижного ядра будет равна

$$U = k \frac{Z_{\alpha} Z e^2}{r}, \quad (16.1)$$

где  $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9$  м/Ф.

Законы сохранения энергии  $E$  и момента импульса  $P$  дают

$$\frac{M}{2} (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\varphi}^2) + k \frac{Z_{\alpha} Z e^2}{r} = E, \quad (16.2)$$

$$M r^2 \dot{\varphi} = P, \quad (16.3)$$

где  $M$  - масса  $\alpha$ -частицы.

После преобразований и введения новой переменной  $\rho = \frac{1}{r}$  будем иметь:

$$\left( \frac{d\rho}{d\varphi} \right)^2 = \frac{2ME}{P^2} - 2k \frac{MZ_{\alpha} Z e^2}{P^2} \rho - \rho^2.$$

Дифференцируя это уравнение еще раз, производя различные сокращения и перестановки, получаем

$$\frac{d^2 \rho}{d\varphi^2} + \rho = C, \quad (16.4)$$

где

$$C = -k \frac{MZ_{\alpha} Z e^2}{P^2}. \quad (16.5)$$

Общее решение уравнения (16.4) таково:

$$\rho = C + A \cos \varphi + B \sin \varphi. \quad (16.6)$$

Используем теперь начальные условия. Очевидно (рис. 16.1), что при  $\varphi = \pi$   $r = \infty$  и, следовательно,  $\rho = 0$ . Это дает при подстановке в (16.6)

$$A = C. \quad (16.7)$$

Второе условие мы получим следующим образом. Ордината любой точки траектории связана с  $r$  и  $\varphi$  очевидным соотношением  $y = r \sin \varphi$  или

$$\frac{1}{y} = \frac{1}{r \sin \varphi} = \frac{\rho}{\sin \varphi}.$$

Воспользовавшись (16.6) и (16.7), найдем

$$\frac{1}{y} = \frac{C(1 + \cos \varphi)}{\sin \varphi} + B.$$

Учтем, что при  $\varphi = \pi$  ордината  $y$  равна "прицельному расстоянию"  $p$ , а  $(1 + \cos \varphi)$  и первый член в правой части обращается в нуль. Мы получаем, таким образом,  $B = \frac{1}{p}$ , и решение (16.6) принимает окончательный вид

$$\rho = C(1 + \cos \varphi) + \frac{1}{p} \sin \varphi. \quad (16.8)$$

Отклонение  $\alpha$  - частицы  $\varphi$  равно углу  $\vartheta$  между асимптотами гиперболы, а для направления полета после отклонения  $\rho = 0$ . Поэтому из (16.8) мы получаем

$$-\frac{1}{Cp} = \frac{1 + \cos \vartheta}{\sin \vartheta} = \operatorname{ctg} \frac{\vartheta}{2} \quad (16.9)$$

или, принимая во внимание значение  $C$  из (16.5),

$$\operatorname{ctg} \frac{\vartheta}{2} = \frac{p^2}{MZ_{\alpha} Ze^2 pk}. \quad (16.10)$$

Наконец, момент импульса  $P$  можно выразить через прицельное расстояние  $p$  и скорость  $v$ :

$$P = Mpv.$$

Подставив это в (16.10), получим

$$\operatorname{ctg} \frac{\vartheta}{2} = \frac{Mv^2 p}{kZ_{\alpha} Ze^2}. \quad (16.11)$$

Это и есть формула для угла отклонения  $\alpha$  - частицы в поле ядра, полученная при использовании кулоновских сил отталкивания данных частиц.

Данную формулу невозможно проверить непосредственно экспериментом, так как в нее входит недоступное измерению "прицельное расстояние"  $p$ .

Резерфорд, однако, положил формулу (16.11) в основу статистической теории, которая дает выражение для эффективного сечения рассеяния  $\alpha$  - частиц в зависимости от параметров, доступных экспериментальному определению.

Представим себе сферу, в центре которой расположен рассеивающий листок  $F$  (рис. 16.2). Пусть на этот листок в единицу времени падает  $N_0$   $\alpha$  - частиц. При

детальном изучении рассеяния определяется среднее число частиц  $N(\vartheta)$ , рассеянных в пределах телесного угла  $d\Omega_1$  в направлении, характеризуемом углами  $\vartheta$  и  $\varphi$ . Величина телесного угла  $d\Omega_1$  равна отношению элемента поверхности сферы к квадрату радиуса

$$d\Omega_1 = \frac{R^2 \sin \vartheta d\vartheta d\varphi}{R^2} = \sin \vartheta d\vartheta d\varphi. \quad (16.12)$$

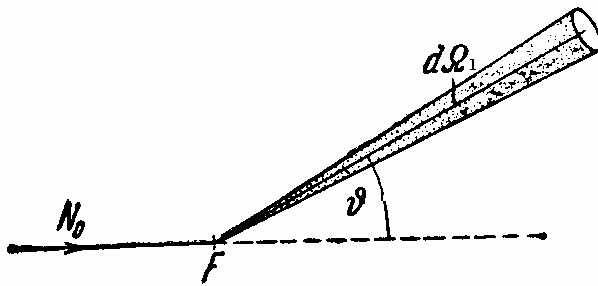


Рис. 16.2

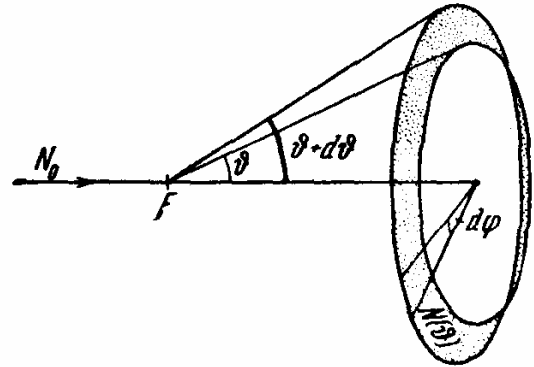


Рис. 16.3

В опытах Резерфорда и его сотрудников чаще изучалось среднее число частиц, рассеиваемых в пределах области, лежащей между двумя телесными углами, характеризуемыми отверстиями  $\vartheta$  и  $\vartheta + d\vartheta$  (рис. 16.3). Очевидно, что соответствующий этому случаю телесный угол  $d\Omega_2$  (или просто  $d\Omega$ ) получится путем интегрирования (16.12) по  $\varphi$  в пределах от 0 до  $2\pi$ :

$$d\Omega = d\Omega_2 = 2\pi \sin \vartheta d\vartheta \quad (16.13)$$

Вычислим эффективное сечение для рассеяния в пределах этого телесного угла  $d\Omega$ . Положим, что  $\alpha$ -частицы до рассеяния летят параллельным потоком. Так как при прочих равных условиях угол отклонения  $\alpha$ -частицы по формуле (16.11) определяется прицельным расстоянием  $p$ , то, очевидно, на угол, лежащий в пределах между  $\vartheta$  и  $\vartheta + d\vartheta$ , отклонятся  $\alpha$ -частицы, у которых прицельное расстояние лежит между  $p$  и  $p - dp$ , т.е.  $\alpha$ -частицы, пролетающие внутри колец между кругами с радиусами, заключенными между  $p$  и  $p - dp$ , описанными около каждого из рассеивающих центров. Площадь каждого такого кольца равна  $2\pi p dp$ , и можно утверждать, что среднее число  $\alpha$ -частиц, отклоненных на угол между  $\vartheta$  и  $\vartheta + d\vartheta$ , т.е. летящих после рассеяния внутри телесного угла  $d\Omega$ , пропорционально  $2\pi p dp$ .

Тогда эффективное сечение ядра  $d\sigma$  для рассеяния  $\alpha$ -частиц равно

$$d\sigma = 2\pi p dp. \quad (16.14)$$

Если найти  $p$  из (16.11) и возвести его в квадрат, то получим

$$p^2 = \left( k \frac{Z_\alpha Z e^2}{M v^2} \right)^2 \operatorname{ctg}^2 \frac{\vartheta}{2}.$$

Дифференцируя, находим следующее выражение:

$$pdp = -\frac{1}{2} \left( k \frac{Z_{\alpha} Z e^2}{M v^2} \right)^2 \frac{\operatorname{ctg} \frac{\vartheta}{2} d\vartheta}{\sin^2 \frac{\vartheta}{2}}$$

и, подставляя его в (16.14), получаем

$$d\sigma = 2\pi \frac{1}{2} \left( k \frac{Z_{\alpha} Z e^2}{M v^2} \right)^2 \frac{\operatorname{ctg} \frac{\vartheta}{2} d\vartheta}{\sin^2 \frac{\vartheta}{2}}. \quad (16.15)$$

Здесь знак минус не имеет существенного значения: он указывает лишь на то, что с увеличением прицельного расстояния  $p$  угол  $\vartheta$  уменьшается (и наоборот). Поэтому в дальнейшем используется только абсолютное значение  $pdp$ . Введем в (16.15) еще телесный угол  $d\Omega$  по формуле (16.13) и получим:

$$d\sigma = \left( k \frac{Z_{\alpha} Z e^2}{2 M v^2} \right)^2 \frac{d\Omega}{\sin^4 \frac{\vartheta}{2}}. \quad (16.16)$$

Это и есть формула Резерфорда для рассеяния  $\alpha$ -частиц.

Для сравнения с результатами эксперимента нужно найти макроскопическое сечение  $\Sigma$ , т.е. сумму эффективных сечений всех рассеивающих ядер в  $1 \text{ м}^2$ . Если допустить, что все ядра в листке распределены равномерно и не перекрывают друг друга, то очевидно, что

$$\Sigma = n d\sigma,$$

где  $n$  - число рассеивающих ядер в  $1 \text{ м}^2$ . Пользуясь (16.16), получаем

$$\Sigma = n \left( k \frac{Z_{\alpha} Z e^2}{2 M v^2} \right)^2 \frac{d\Omega}{\sin^4 \frac{\vartheta}{2}}. \quad (16.17)$$

Если теперь обозначить через  $N$  число  $\alpha$ -частиц, падающих в 1 секунду на поверхность рассеивающего листка, то среднее число  $\alpha$ -частиц, рассеянных на угол  $\vartheta$  в пределах телесного угла  $d\Omega$ , будет, очевидно,

$$dN = N \Sigma = n N \left( k \frac{Z_{\alpha} Z e^2}{2 M v^2} \right)^2 \frac{d\Omega}{\sin^4 \frac{\vartheta}{2}}. \quad (16.18)$$

Как видно, число рассеянных  $\alpha$ -частиц очень сильно зависит от угла  $\vartheta$  и быстро возрастает с уменьшением  $\vartheta$ .

Формула Резерфорда была многократно подвергнута тщательной экспериментальной проверке. Из (16.17) следует, что

$$dN \cdot \sin^4 \frac{\vartheta}{2} = n N \left( k \frac{Z_{\alpha} Z e^2}{2 M v^2} \right)^2 d\Omega.$$

Таким образом, если, сохраняя все остальные условия, изменять только угол  $\theta$ , то должно быть

$$dN \cdot \sin^4 \frac{\vartheta}{2} = \text{const.}$$

Этот вывод и был проверен в первую очередь еще во времена Резерфорда. Полученные экспериментальные результаты показали: несмотря на то, что даже, если величина  $1/\sin^4 \frac{\vartheta}{2}$  и число сцинтилляций на люминесцентном экране (от бомбардировки  $\alpha$ -частиц) изменяются в очень широких пределах, произведение  $dN \sin^4 \frac{\vartheta}{2}$  остается приблизительно постоянным в согласии с требованием теории.

Аналогичным образом была изучена зависимость рассеяния от толщины листов и от скорости  $\alpha$ -частиц. Во всех случаях для рассеяния в листочках из тяжелых металлов установлено хорошее согласие экспериментальных результатов с требованиями теории. Это согласие одновременно является доказательством применимости закона Кулона к взаимодействию между  $\alpha$ -частицами и рассеивающими ядрами при тех условиях, в которых были произведены опыты, т.е. для тяжелых ядер и не слишком быстрых  $\alpha$ -частиц.

Из этого, однако, не следует делать вывода об универсальной применимости закона Кулона для ядерных взаимодействий. Напротив, изучение рассеяния  $\alpha$ -частиц легкими ядрами показало, что когда расстояние между взаимодействующими частицами уменьшается до  $10^{-14}$  м, наблюдаются резкие отклонения от закона Кулона, а на расстояниях, меньших  $10^{-14}$  м, обнаруживается действие быстро убывающих с расстоянием сил притяжения, перекрывающих действие кулоновских сил отталкивания между одинаково заряженными частицами.

Формула Резерфорда (16.18) позволяет экспериментальным путем найти число  $Z$ , т.е. число элементарных положительных зарядов ядра. В самом деле, подсчитывая на флуоресцирующем экране число сцинтилляций  $N$ , создаваемых падающими  $\alpha$ -частицами, и число сцинтилляций  $dN$ , создаваемых  $\alpha$ -частицами, рассеянными на угол  $\vartheta$ , можно узнать величину  $d\sigma = dN/N$ . В правую же часть формулы Резерфорда (16.18) входят, кроме искомой величины  $Z$ , либо величины известные ( $n$ ,  $e$ ), либо величины доступные экспериментально определению ( $Mv^2$ ,  $\vartheta$ ). Таким образом, для отыскания  $Z$  нужно произвести подсчет числа сцинтилляций  $N$  и  $dN$ . Главная трудность эксперимента обусловлена тем, что эти числа очень сильно различаются между собой. В первых опытах числа  $N$  и  $dN$  измерялись на разных установках, т.е. в разных условиях, что являлось источником значительных ошибок.

Чадвик использовал расположение опыта, при котором оба числа  $N$  и  $dN$  могут быть измерены на одной и той же установке, вследствие чего ему удалось определить  $Z$  с большей точностью. Идея опыта Чадвика заключается в следующем. Рассеивающая фольга имеет вид кольца  $AA'$  (рис. 16.4); препарат  $R$  и экран  $S$  из люминесцентного вещества  $ZnS$  устанавливаются на одинаковом расстоянии  $r$  от

$AA'$ . Измеряется число  $\alpha$ -частиц, рассеянных на один определенный угол  $\vartheta$ , выбранный (для упрощения расчета) так, чтобы он был вдвое больше угла между осью  $RS$  и направлением лучей, идущих от  $R$  к фольге (рис. 16.4). Располагая внутри кольца между  $R$  и  $S$  экран, непрозрачный для  $\alpha$ -частиц, можно было считать одни только рассеянные  $\alpha$ -частицы; наоборот, закрывая экраном кольцо  $AA'$  можно было считать число частиц  $N$  в падающем пучке. Так как это число слиш-

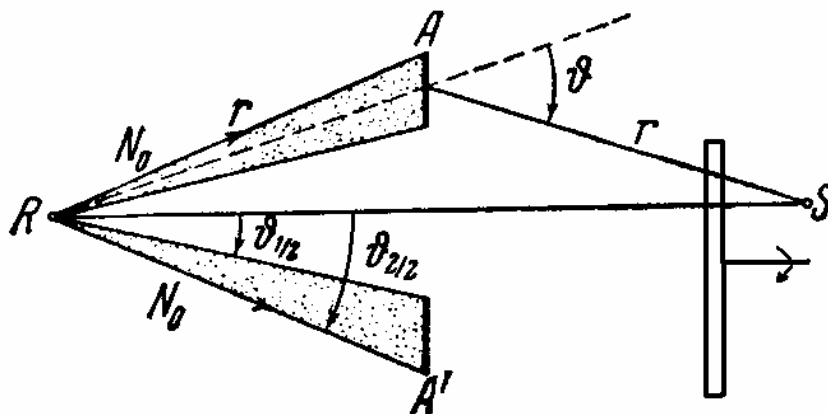


Рис. 16.4

ком велико для того, чтобы можно было непосредственно подсчитать сцинтилляции первичных  $\alpha$ -частиц на экране, то перед  $S$  располагается вращающийся диск с узким вырезом, при помощи которого число сцинтилляций можно было произвольно уменьшать в любое число раз.

Таким путем Чадвик нашел следующие значения  $Z$  для платины, серебра и меди: Pt (78) - 77,4; Ag (47) - 46,3; Cu (29) - 29,3. Числа, стоящие в скобках после химических символов элементов, означают номер места соответствующего элемента в периодической системе Менделеева (атомный номер). Таким образом, опыты Чадвика показывают, что число элементарных положительных зарядов ядра равно атомному номеру соответствующего элемента.

Результаты опытов Резерфорда и Чадвика, как уже указывалось, легли в основу ядерной модели атома. Эта модель была детализирована и обоснована теоретическими выкладками в 1913 г. Нильсом Бором [3,4].

В основу развитой им квантовой теории строения атома Бор положил следующие два постулата:

1. Электроны в атомах и атомных системах могут пребывать только в определенных стационарных состояниях, в которых они не излучают и не поглощают энергию. В этих состояниях атомные системы обладают энергиями, образующими дискретный ряд:  $E_1, E_2, \dots, E_n$ . Состояния эти характеризуются своей устойчивостью.

Из всех возможных согласно классической механике состояний орбит электронов в атоме осуществляются лишь такие, у которых момент импульса есть величина, кратная  $\frac{h}{2\pi}$ :

$$\frac{h}{2\pi}$$

$$mvr = n \frac{h}{2\pi}, \quad (16.19)$$

где  $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$  Дж · с - постоянная Планка. Величина  $\frac{h}{2\pi} = \hbar$  является квантовой единицей момента импульса, а соотношение (16.19) называется "правилом квантования".

2. При переходе из одного стационарного состояния в другое атомы испускают или поглощают излучение только строго определенной частоты. Излучение, испускаемое или поглощаемое при переходе из состояния  $E_m$  в состояние  $E_n$  монохроматично, и его частота  $\nu$  определяется из условия

$$h\nu = E_m - E_n \quad (16.20)$$

(условие частот Бора).

Оба эти постулата резко противоречат требованиям классической электродинамики, так как по первому постулату атомы не излучают, несмотря на то, что образующие их электроны совершают ускоренное движение (например, обращение по замкнутым орбитам), а по второму — испускаемые частоты не имеют ничего общего с частотами периодических движений электронов.

Рассмотрим согласно теории Бора [1-4] так называемый «водородоподобный атом», т.е. систему, состоящую из ядра с зарядом  $+Ze$  ( $Z$  - целое число) и одного электрона. При  $Z = 1$  такая система представляет собой собственно водородный атом, при  $Z = 2$  - однократно ионизированный атом гелия  $\text{He}^+$ , при  $Z = 3$  - двукратно ионизированный атом лития  $\text{Li}^{++}$  и т.д. Из опытов Резерфорда по рассеянию  $\alpha$ -частиц следует, что закон Кулона имеет место вплоть до расстояния порядка  $10^{-14}$  м. Поэтому можно утверждать, что взаимодействие электрона с ядром в модели Бора подчиняется закону Кулона, т.е. сила, с которой ядро удерживает

электрон, должна быть равна  $\frac{kZe^2}{r^2}$ , где  $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{м}}{\text{Ф}}$ .

Тогда потенциальная энергия электрона:

$$U = -k \frac{Ze^2}{r}.$$

Кинетическая энергия электрона с массой  $m$  (при массе ядра  $M_{\text{я}} \rightarrow \infty$ ):

$$T = \frac{mv^2}{2}.$$

Полная энергия электрона в атоме  $E = \frac{mv^2}{2} - k \frac{Ze^2}{r}$ .

Но при движении электрона по круговой орбите  $\frac{mv^2}{r} = k \frac{Ze^2}{r^2}$ . Тогда

$$mv^2 = k \frac{Ze^2}{r}. \quad (16.21)$$

и, следовательно, полная энергия

$$E = -k \frac{Ze^2}{2r}. \quad (16.22)$$

Согласно первому постулату Бора (16.19) будем иметь:

$$r_n = \frac{nh}{2\pi mv_n} = \frac{n\hbar}{mv_n}. \quad (16.23)$$

Из (16.21) и (16.23) получим дискретные значения радиусов орбит электрона в атоме:

$$r_n = \frac{n^2 \hbar^2}{kmZe^2} = r_0 \frac{n^2}{Z}, \quad (16.24)$$

где  $r_0 = \frac{\hbar^2}{kme^2} = 0,529 \cdot 10^{-10}$  м - боровский радиус,  $n = 1, 2, 3, \dots$  - квантовые числа.

Приравнявая (16.23) и (16.24), получим  $v_n = \frac{kZe^2}{n\hbar}$ , т.е. скорость  $v_n$  на определенной орбите электрона с квантовым числом  $n$  также дискретна.

Используя (16.22) и (16.24), для полной энергии получим дискретные значения:

$$E_n = -\frac{k^2 m Z^2 e^4}{2\hbar^2 n^2} = -E_1 \frac{Z^2}{n^2}, \quad (16.25)$$

где  $E_1$  - энергия электрона в основном состоянии с  $n = 1$ .

При переходе атома из состояния  $E_2(n_2)$  в состояние  $E_1(n_1)$  на основании (16.20) и (16.25) излучаемая частота будет равна

$$\nu = \frac{E_2 - E_1}{h} = \frac{k^2 me^4}{2\hbar^2 h} \cdot Z^2 \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) = R_\nu Z^2 \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right), \quad (16.26)$$

где  $R_\nu = \frac{k^2 me^4}{4\pi\hbar^3} = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^3} = 3,29 \cdot 10^{15}$  Гц - постоянная Ридберга.

Также  $R = \frac{R_\nu}{c} = 1,097 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$  (где  $c$  - скорость света в вакууме) и

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right),$$

что точно совпадает с эмпирической формулой Бальмера, описывающей длины волн  $\lambda$  спектральных линий в спектре атома водорода.

С учетом движения ядра (с массой  $M_J$ ):

$$R_\nu = \frac{k^2 e^4}{4\pi\hbar^3} \cdot \frac{mM_J}{(M_J + m)} = R_{\nu\infty} \cdot \frac{1}{(1 + m/M_J)}, \quad (16.27)$$

где  $R_{\nu\infty} = 3,29 \cdot 10^{15}$  Гц, что также согласуется с экспериментальными значениями.

Эти совпадения говорят о том, что теория Бора достаточно хорошо описывает поведение электрона в водородоподобных атомных системах.

Тем самым, теория Бора явилась весьма крупным шагом в развитии теории строения атома. Она с полной отчетливостью показала неприменимость классической физики к внутриатомным явлениям, с одной стороны, и первенствующее значение квантовых законов в микроскопических системах, - с другой [1]. Наряду с этими и некоторыми другими положительными сторонами теория Бора обладала существенными недостатками. К числу их относится, прежде всего, внутренняя логическая противоречивость теории. В самом деле, теория Бора не была ни последовательно классической, ни последовательно квантовой теорией.

Кроме того, даже в простейшем случае водородоподобных атомов теория Бора позволяла вычислять только частоты спектральных линий, но не их интенсивности. Для вычисления интенсивностей приходилось пользоваться классической электродинамикой.

Особенно серьезной была неудача всех попыток построения на основании теории Бора нейтрального атома гелия - одного из простейших атомов периодической системы, непосредственно следующего за атомом водорода и состоящего из трех частиц - ядра и двух электронов.

Поэтому после открытия своеобразных волновых свойств вещества стало совершенно ясно, что теория Бора, опирающаяся на классическую механику, могла быть только переходным этапом к созданию последовательной квантовой теории атомных явлений.

### 16.3. Описание лабораторной установки

Данная работа проводится расчетным методом на персональном компьютере. Для ее выполнения используется специальная программа, которая загружена в компьютер. Программа предназначена для изучения особенностей рассеяния  $\alpha$ -частиц при взаимодействии с различными ядрами атомов в опытах Резерфорда и в опытах Чадвика. Кроме того, программа позволяет построить различные модели атомов по Резерфорду – Бору для заданного зарядового числа атома  $Z$ .

Функционально программа состоит из нескольких блоков, которые позволяют:

- 1) изучить схему опыта Резерфорда и построить график зависимости числа рассеянных  $\alpha$ -частиц при соударении с различными ядрами атомов;
- 2) построить траекторию полета  $\alpha$ -частицы вблизи выбранного ядра атома;
- 3) изучить схему опыта Чадвика и рассчитать таблицу результатов этого опыта;
- 4) построить модель атома Резерфорда – Бора для выбранного числа протонов и нейтронов в ядре атома.

Для успешного выполнения работы надо иметь лишь элементарные навыки пользования компьютером. Эти навыки сводятся к умению работать с клавиатурой компьютера. В случае, если таких навыков у студента нет, необходимо перед

выполнением работы проконсультироваться у преподавателя и выполнение работы проводить только в присутствии лаборанта или преподавателя.

**КАТЕГОРИЧЕСКИ ЗАПРЕЩАЕТСЯ** нажимать на клавиатуре компьютера какие-либо клавиши, кроме букв алфавита, цифр, клавиш перемещения курсора и клавиши "ВВОД". Все остальные клавиши нажимаются только с разрешения и в присутствии лаборанта.

#### 16.4. Методика проведения эксперимента и обработка результатов

##### 16.4.1. Методика эксперимента

Заложенная в компьютер программа предполагает выполнение следующих расчетных операций:

- 1) построить на экране монитора схему опыта Резерфорда;
- 2) рассчитать и построить график зависимости числа рассеянных  $\alpha$ -частиц (для различных энергий этих частиц) при соударении с различными ядрами атомов;
- 3) построить на экране монитора траекторию пролета  $\alpha$ -частицы вблизи выбранного ядра атома;
- 4) изобразить на экране схему опыта Чадвика и рассчитать таблицу результатов, получаемых в этом опыте;
- 5) построить и изобразить на экране модель атома Резерфорда – Бора для выбранного числа протонов и нейтронов в ядре атома.

Все эти построения и расчеты могут выполняться для широкого интервала значений вводимых величин заряда ядра, энергии изучаемых  $\alpha$ -частиц и других значений, которые вводятся в начале выполнения работы. После всех расчетов на экран монитора выводятся рассчитанные значения необходимых величин и графики

Все графики могут рассматриваться на экране монитора, зарисовываться в протокол работы или распечатываться на принтере для сравнения и анализа полученных результатов. Расчет всех операций выполняется на компьютере довольно быстро (порядка 15- 20 минут), что позволяет проводить его неоднократно в течение занятия. После выполнения всей работы ее можно повторить для других значений параметров, вводимых в процессе работы, а затем сравнить полученные результаты.

##### 16.4.2. Порядок выполнения работы

1. При домашней подготовке запишите в протокол (в произвольной форме) значения заряда и массы  $\alpha$ -частицы. Выберите и запишите значения зарядов ядер (не менее трех), предполагаемых для изучения рассеяния  $\alpha$ -частиц.

В лаборатории перед началом работы обсудите с преподавателем целесообразность расчетов для выбранных параметров. Затем проверьте, включены ли компьютер и монитор (а также, при возможности, принтер). Если Вы впервые работаете на данном типе компьютера, получите необходимый инструктаж по его эксплуатации у лаборанта.

Получив разрешение на работу, запустите программу и приступайте к выполнению задания.

2. Введите выбранные значения заряда ядра и энергии  $\alpha$ -частицы.

Помните, что после набора соответствующего числа нужно нажимать клавишу "ВВОД" для отправки этого числа в расчетную программу.

3. Приготовьте Ваш протокол работы для того, чтобы вписать в него расчетные значения получаемых величин и зарисовать графики. Сделайте эти записи и зарисовки в протоколе.

4. Закончив зарисовку всех графиков для каждого из заданий, нажмите любую клавишу и перейдите к построению модели атома Резерфорда – Бора. Повторите выполнение этого задания для нескольких значений вводимого числа протонов и нейтронов в ядре. Зарисуйте полученную модель атома в протокол работы.

5. Выполнив тем самым весь цикл работы, при наличии времени повторите ее для других параметров вводимых величин, зарисовывая результаты в протокол своей работы. Для окончания работы на запрос программы о продолжении работы нажмите клавишу „N“. На этом Ваше выполнение работы закончено.

#### 16.4.3. Обработка результатов работы

При домашней обработке результатов проанализируйте и сравните полученные графики и значения рассчитанных величин. Сравните построенные модели атомов Резерфорда – Бора. Сделайте выводы об особенностях взаимодействия  $\alpha$ -частиц с ядрами атомов и о принципах построения модели атома Резерфорда – Бора. Сравните ваши результаты с теоретическими [1-3]. Ответьте на контрольные вопросы.

#### 16.5. Перечень контрольных вопросов

1. В чем суть опытов Резерфорда? Что они показали?
2. Какие законы лежат в основе количественной теории рассеяния  $\alpha$ -частиц на ядрах атомов? Выведите формулу, определяющую угол отклонения  $\alpha$ -частицы в поле ядра.
3. Как определяется эффективное сечение ядра для рассеяния  $\alpha$ -частиц и число рассеянных ядром частиц? Выведите соответствующие формулы.
4. Для чего проводились и что показали опыты Чадвика?
5. Какова модель атома Резерфорда – Бора? Сформулируйте постулаты Бора.
6. Каковы принципы построения теории Бора, ее результаты, преимущества и недостатки?
7. Какова методика эксперимента в данной работе и какие выводы можно сделать из полученных результатов?

#### СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шпольский Э.В. Атомная физика, т.1, М.: Физматгиз, 1963. - § 25-28, 52, 90, 107, 115.
2. Савельев И.В. Курс общей физики, т.3, М.: Наука, 1979. - § 13-17.
3. Трофимова Т.И. Курс физики, М.: Высшая школа, 1994. - § 208, 210, 212.
4. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики, М.: Высшая школа, 1989. - § 38.1, 38.2, 38.4.

Составитель Игорь Алексеевич Жуков  
Изучение опытов Резерфорда и строения атома по Резерфорду-Бору.  
Лабораторная работа № 16. Методические указания

Редактор Е.И. Кагальницкая

Темплан 2001 г.

Позиция №

Подписано в печать \_\_\_\_\_. Формат 60 x 841/16. Бумага газетная.

Печать офсетная. Усл. печ. л. \_\_\_\_\_. Уч.-изд. л. 1.

Тираж 300 экз. Заказ \_\_\_\_\_.

Волгоградский государственный технический университет.

400131, Волгоград, пр. Ленина, 28.

РПК «Политехник» ВолгГТУ.

400131, Волгоград, ул. Советская, 35.

## 17. ИЗУЧЕНИЕ ДИФРАКЦИИ ЭЛЕКТРОНОВ И СВОЙСТВ ВОЛН ДЕ БРОЙЛЯ РАСЧЕТНЫМ МЕТОДОМ

### 17.1. Цель работы

Изучить свойства волн де Бройля путем расчета на компьютере картины дифракции электронов на щели. Оценить величину длины волны де Бройля в зависимости от массы, заряда частицы и ускоряющего напряжения.

### 17.2. Содержание работы

Построение квантовой механики в начале прошлого столетия началось с гипотезы Луи де Бройля. В 1923-1924 г.г. он выдвинул и развил идеи о волнах вещества. К тому времени в оптике уже сложилась парадоксальная, но подтверждаемая опытом ситуация: в одних явлениях (интерференция, дифракция, поляризация, дисперсия) свет ведет себя как волны; в других явлениях (излучение и поглощение света, фотоэффект, эффект Комптона) проявляются с не меньшей убедительностью корпускулярные свойства света, и может быть обосновано рассмотрение световых корпускул - фотонов. Ряд оптических явлений (отражение, давление и преломление света), вообще, может быть объяснен как с точки зрения корпускулярной теории, так и волновой. Анализируя эти обстоятельства, Луи де Бройль выдвинул гипотезу о том, что если свет обладает корпускулярно-волновым дуализмом, то и частицы должны обладать „волново-корпускулярным дуализмом“ [1 - 3].

Корпускулярные свойства света (фотонов) характеризуются энергией  $\varepsilon$  и импульсом  $\vec{p}$ , волновые – частотой  $\omega$  и волновым вектором  $\vec{k}$ . В соответствии с корпускулярно-волновым дуализмом света имеют место соотношения:

$$\varepsilon = \hbar\omega, \quad (17.1)$$

$$\vec{p} = \hbar \vec{k}, \quad (17.2)$$

где  $\hbar = 1,055 \cdot 10^{-34}$  Дж·с - постоянная Планка.

По аналогии со свойствами света эти соотношения были постулированы де Бройлем и для микрочастиц вещества. Тогда, в соответствии с формулой (17.2) имеем:

$$p = \hbar k = \hbar \frac{2\pi}{\lambda_B},$$

где  $\lambda_B$  – некоторая длина волны, названная впоследствии длиной волны де Бройля.

Следовательно, каждой частице вещества массой  $m$ , движущейся со скоростью  $v$ , соответствует определенная длина волны  $\lambda_B$ :

$$\lambda_B = \frac{2\pi\hbar}{p} = \frac{2\pi\hbar}{mv}. \quad (17.3)$$

Рассмотрим некоторые свойства волн де Бройля, вытекающие из соотношений (17.1) – (17.3).

Прежде всего, оценим, каков порядок величины длины волны де Бройля для материальных частиц. Пусть мы имеем пучок электронов, ускоряемых напряжением  $U$  вольт; если это напряжение невелико, так что можно еще пользоваться формулами классической механики, то скорость электронов (с зарядом  $e$  и массой  $m$ ) определяется из соотношения

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{eU}{300}. \quad (17.4)$$

Исключая  $v$  из (17.3) и (17.4), получаем выражение

$$\lambda_B = \sqrt{\frac{h^2}{me}} \sqrt{\frac{150}{U}} = \frac{1,225}{\sqrt{U}} \text{ нм}. \quad (17.5)$$

Отсюда видно, что для электронов, ускоряемых напряжением 150 В, длина волны де Бройля равна 0,1 нм; это - порядок величины длины волны мягких рентгеновских лучей. Для протонов длина волны де Бройля при той же скорости в  $\sqrt{1836}$  раз меньше.

Если скорость электронов велика, то формулы классической механики становятся неприменимыми, и нужно учитывать релятивистскую поправку на зависимость массы от скорости. В таких случаях для определения  $\lambda_B$  можно пользоваться следующей приближенной формулой, получаемой при учете релятивистского выражения для кинетической энергии в формуле (17.4):

$$\lambda_B = \frac{1,225}{\sqrt{U}} (1 - 0,489 \cdot 10^{-6} U) \text{ нм}. \quad (17.6)$$

Расчеты по формулам (17.5) и (17.6) показывают, что при увеличении ускоряющего напряжения от 10 до  $10^9$  В длина волны де Бройля для электронов уменьшается от 0,39 до  $1,2 \cdot 10^{-6}$  нм, а для протонов – от  $0,9 \cdot 10^{-2}$  до  $7,3 \cdot 10^{-7}$  нм.

Из этого ясно, что для обнаружения интерференции материальных частиц следует пользоваться теми же методами, которые применяются в случае рентгеновских лучей, т. е. интерференцией в кристаллической решетке. Опыты, проведенные в этом направлении Дэвисоном и Джермером в 1927 г., подтвердили правильность такого предположения.

Суть опытов Дэвисона и Джермера состояла в следующем [2]. Параллельный пучок электронов (рис. 17.1) определенной скорости, получаемый при помощи «электронной пушки»  $A$ , направлялся на кристалл  $B$ ; отраженные электроны улавливались коллектором  $C$ , соединенным с

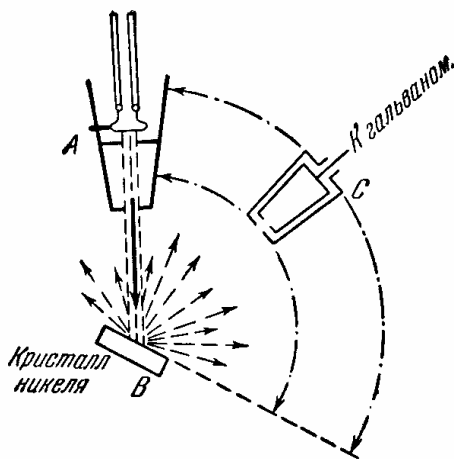


Рис. 519.1

гальванометром. Коллектор мог устанавливаться под любым углом относительно падающего пучка, оставаясь все время в одной плоскости. Измеряя силу тока коллектора при разных положениях его, можно было судить об интенсивности отражения в различных направлениях. Результат представлялся в виде полярной диаграммы, образцы которой приведены на рис. 17.2. На радиусах-векторах, проведенных под различными углами, откладывались отрезки, пропорциональные интенсивности отражения под соответствующими углами. Оказалось, что если поместить в  $B$  (см. рис. 17.1) монокристалл никеля, то при отражении наблюдается резко выраженный селективный максимум, показывающий, что электроны отражаются, следуя оптическому закону: «угол падения равен углу отражения»

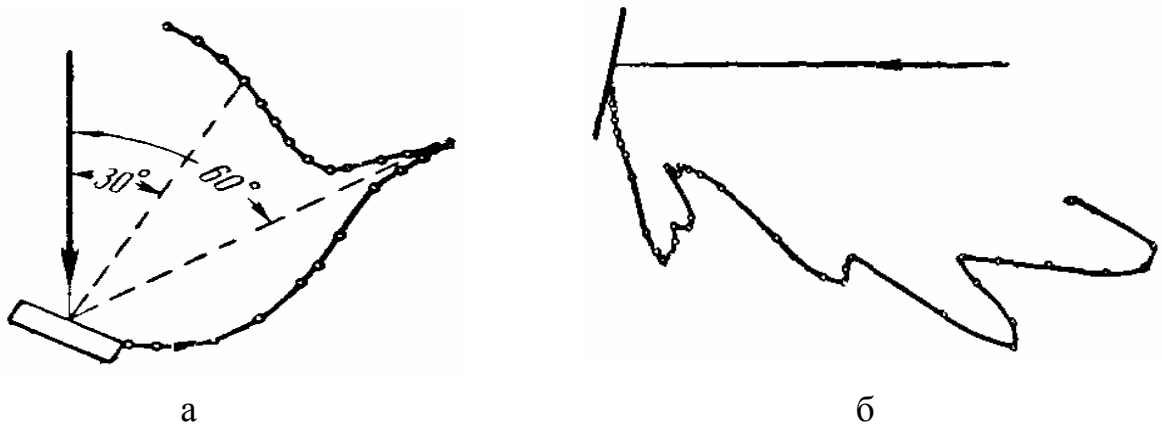


Рис. 17.2

(см. рис. 17.2, а). Тот же опыт, повторенный с поликристаллической пластинкой никеля, состоящей из множества хаотически расположенных кристалликов, не обнаружил никакой селективности (см. рис. 17.2, б).

Опыт с правильным отражением электронов от монокристалла на самом деле представляет точную аналогию интерференционного отражения рентгеновских лучей от кристалла по методу Брэггов. Как известно, рентгеновские лучи испытывают отражение от кристалла только в том случае, если их длина волны и угол скольжения, удовлетворяют формуле Вульфа-Брэггов:

$$m\lambda = 2d \sin \varphi,$$

где  $m = 1, 2, \dots$  - порядок интерференции,  $d$  - порядок кристаллической решетки.

Эту формулу можно использовать и для анализа интерференционной картины от электронного пучка, полагая  $\lambda = \lambda_B$ , т.е.

$$m\lambda_B = 2d \sin \varphi. \quad (17.7)$$

Комбинируя формулы (17.5) и (17.7), получаем

$$\frac{1,225}{\sqrt{U}} = \frac{1}{m} 2d \sin \varphi,$$

или

$$\sqrt{U} = \frac{1,225m}{2d \sin \varphi}. \quad (17.8)$$

Таким образом, если постепенно менять ускоряющее напряжение  $U$  и каждый раз измерять силу тока коллектора (т. е. интенсивность отражения), то, от-

кладывая затем по оси абсцисс  $\sqrt{U}$ , а по оси ординат—интенсивность отражения  $I$ , можно получить кривую с рядом равноотстоящих резких максимумов с расстоянием между максимумами, равным  $1,225/(2d \sin \varphi)$ .

На рис. 17.3 приведена кривая, полученная с монокристаллом никеля при определенных условиях ( $\varphi = 80^\circ$ ,  $d = 0,203$  нм). Как видно, периодическое повторение максимумов выражено очень отчетливо.

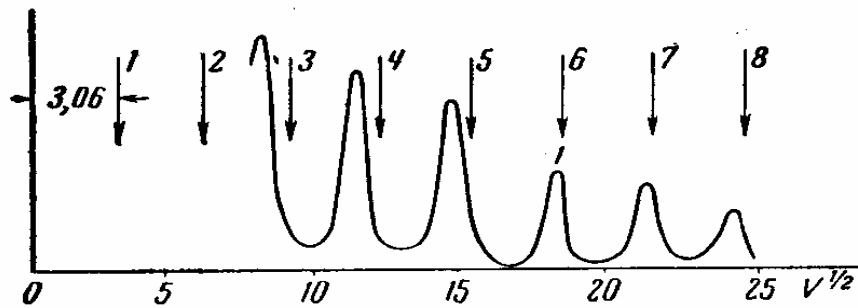


Рис. 519.3

На этом же рисунке стрелками показано положение максимумов, вычисленное по формуле Вульфа—Брэггов (17.7). Сравнение с положением максимумов на экспериментальной

кривой показывает, что для высоких значений  $m$  ( $m = 7, 8$ ) имеется точное совпадение; для более низких  $m$  обнаруживается расхождение и притом тем большее, чем меньше  $m$ .

Поскольку это расхождение имеет систематический и закономерный характер, оно показывает, что какой-то фактор не учтен при расчете. Этот фактор есть показатель преломления волн де Бройля. Объяснение смещения максимумов количественно подтверждается вычислением внутреннего потенциала металла из наблюдений над электронной интерференцией. Вычисление это производится следующим образом [2].

Когда электроны попадают внутрь металла, то их импульс меняется, и именно это есть причина преломления электронных потоков с корпускулярной точки зрения. Изменение импульса при попадании внутрь металла объясняется тем, что внутри металла имеется электрическое поле, обусловленное положительными ионами, из которых состоит кристаллическая решетка металла. Если представить себе прямую, проходящую через ряд положительных ионов металла, то при перемещении вдоль этой прямой потенциал, очевидно, должен меняться периодически, так как ионы расположены на равных расстояниях. Однако, можно приближенно заменить этот периодически меняющийся потенциал некоторым средним потенциалом, который и называется внутренним потенциалом металла  $V$ . Этот потенциал изменяет, прежде всего, фазовую скорость волн де Бройля.

Выражение для фазовой скорости электронных волн вне металла можно получить по аналогии с выражением для фазовой скорости электромагнитной волны. Как известно [3], всякая электромагнитная волна обладает фазовой скоростью  $v_\phi$ , которая равна

$$v_\phi = \frac{\omega}{k}.$$

Тогда для фазовой скорости волн де Бройля формулы (17.1) и (17.2) дают выражение:

$$v_{\phi} = \frac{\omega}{k} = \frac{\hbar\omega}{\hbar k} = \frac{\varepsilon}{p} = \frac{mc^2}{mv} = \frac{c^2}{v} > c, \quad (17.9)$$

то есть волны де Бройля могут распространяться с фазовой скоростью, большей, чем скорость света в данной среде. Полученный результат не должен удивлять, так как на величину фазовой скорости не накладывается никаких ограничений.

Выражение для фазовой скорости электронных волн де Бройля (17.9) можно переписать для вакуума в виде [2]

$$v_{\phi} = \frac{\omega}{k} = \frac{\hbar\omega}{\hbar k} = \frac{E}{p} = \frac{E}{mv} = \frac{E}{\sqrt{m^2 v^2}} = \frac{E}{\sqrt{2mE}}, \quad (17.10)$$

где  $E$  – полная энергия электронов в вакууме.

Если потенциальная энергия электрона внутри металла есть  $W$ , то импульс внутри металла будет  $p_m = \sqrt{2m(E - W)}$ , а фазовая скорость электронных волн внутри металла будет равна

$$v_{\phi m} = \frac{E}{p_m} = \frac{E}{\sqrt{2m(E - W)}}. \quad (17.11)$$

Как известно, по определению показатель преломления  $n$  для электромагнитной волны на границе раздела двух сред равен

$$n = \frac{v_{\phi}}{v_{\phi m}}.$$

Тогда для электронных волн де Бройля на границе вакуум-металл показатель преломления  $n$  в соответствии с выражениями (17.10) и (17.11) будет определяться по формуле

$$n = \frac{v_{\phi}}{v_{\phi m}} = \sqrt{\frac{E - W}{E}}. \quad (17.12)$$

Если принять во внимание, что внутренний потенциал металла  $V_0$  положителен, а заряд электрона отрицателен; то тогда потенциальная энергия  $W$  – отрицательна:

$$W = -eV_0.$$

Полная энергия  $E$  выражается, как обычно, через внешний ускоряющий потенциал  $E = eV$ . Принимая все это во внимание, получаем из (17.12) выражение для показателя преломления волн де Бройля через внутренний потенциал металла:

$$\mu = \frac{\sqrt{V + V_0}}{\sqrt{V}} = \sqrt{1 + \frac{V_0}{V}}. \quad (17.13)$$

Если рассчитать внутренний потенциал металла с учетом показателя преломления электронных волн де Бройля по формуле (17.13), то получаются значения  $V_0$ , которые хорошо согласуются со значениями, вычисленными из теории металлов [2]. Это означает, что волны де Бройля для микрочастиц, действительно,

испытывают преломление на границе раздела двух сред.

Кроме того, это обстоятельство вообще доказывает интерференционный характер отражения волн де Бройля при взаимодействии с веществом, который наблюдался в опытах Девисона и Джермера.

Заметим, что рассмотрение преломления волн де Бройля на границе раздела двух сред было проведено на основании использования представлений о фазовой скорости волн де Бройля. Однако следует напомнить, что фазовая скорость волн де Бройля имеет чисто символическое значение и относится к числу принципиально не наблюдаемых величин.

Принципиально наблюдаемой величиной является групповая скорость волн де Бройля  $v_{\Gamma}$ :

$$v_{\Gamma} = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d\varepsilon}{dp}.$$

Но так как в соответствии с теорией относительности имеет место соотношение:

$$\varepsilon = \sqrt{m_0^2 c^4 + p^2 c^2},$$

то

$$\begin{aligned} v_{\Gamma} &= \frac{d}{dp} \left( \sqrt{m_0^2 c^4 + p^2 c^2} \right) = \frac{1}{2} \frac{2pc^2}{\sqrt{p^2 c^2 + m_0^2 c^4}} = \\ &= \frac{pc^2}{\varepsilon} = \frac{c^2}{\varepsilon/p} = \frac{c^2}{v_{\phi}} = \frac{c^2}{c^2/v} = v, \end{aligned} \quad (17.14)$$

то есть групповая скорость волн де Бройля равна скорости частицы.

На первых порах развития квантовой механики была сделана попытка рассмотреть частицы как волновые пакеты. Основания для этого были следующие. Электрон или другая материальная частица не может быть, конечно, плоской гармонической волной, так как подобная волна безгранична, а частица локализована в пространстве и во времени. Но из плоских волн, подбирая соответствующим образом их волновые векторы  $\vec{k}$ , можно строить волновые пакеты, имеющие сколь угодно малое протяжение. Нельзя ли рассматривать частицу как волновой пакет? Подобная гипотеза, казалось бы, находит себе подтверждение в том, что групповая скорость волн де Бройля, то есть именно та скорость, с которой перемещается максимум пакета, как раз равна в соответствии с формулой (17.14) скорости частицы  $v$ . Но при ближайшем рассмотрении эта идея оказывается совершенно неправильной. Решающее возражение заключается в следующем: оказывается, что хотя максимум пакета перемещается со скоростью  $\frac{d\omega}{dk}$ , равной для волн де Бройля

$v$ , сам пакет при движении в реальной диспергирующей среде не сохраняет своей формы и размеров, а постепенно расширяется - расплывается. Как показывает

квантово-механический расчет [2], пакет будет удваиваться через промежуток времени выражаемый формулой

$$t = \sqrt{3} \frac{b^2 m}{\hbar},$$

где  $m$  - масса частицы;  $\hbar$  - постоянная Планка,  $b$  - полуширина пакета.

Для частицы с массой  $m = 1$  г, занимающей протяжение 2 мм ( $b = 1$  мм), соответствующий пакет удваивается через  $6 \cdot 10^{17}$  лет. Но для микрочастицы с массой электрона ( $m = 0,9 \cdot 10^{-27}$  г) при  $b \sim 10^{-12}$  см и  $t \approx 1,6 \cdot 10^{-26}$  с, то есть пакет, соответствующий электрону, расплывался бы мгновенно, что, конечно, противоречит элементарнейшим наблюдениям.

Поэтому представление о распространении микрочастиц в соответствии с распространением волнового пакета не может быть принято в качестве физической интерпретации волн де Бройля.

К такому же заключению приводит наблюдение за неделимостью микрочастиц при взаимодействии с веществом (например, для электронов переносящих неделимые заряд и массу). Этим свойством неделимости волны не обладают. На границе двух сред с различной фазовой скоростью волна разделяется на отраженную и преломленную, при прохождении через кристалл она разбивается на ряд дифракционных пучков и т. д. Если бы мы стали рассматривать электрон как суперпозицию волн, то, например, при дифракции очень слабого пучка, когда электроны проходят один за другим через кристалл, каждый дифракционный пучок должен был бы нести только часть электрона, чего на самом деле нет.

Если, однако, целостность частиц при таких процессах, как отражение, преломление, дифракция, должна сохраняться, то можно утверждать, что при падении на поверхность раздела двух сред частица *либо* отразится, *либо* пройдет во вторую среду. Но в таком случае связь между волнами и частицами может быть истолкована только **статистически**, а именно, следующим образом: квадрат амплитуды волны в данном месте, измеряющий ее интенсивность, есть *мера вероятности* найти частицу в этом месте.

В случае интерференции волн де Бройля для микрочастиц следует считать, что светлые полосы в сфотографированной интерференционной картине - это места, куда электроны попадают чаще всего; темные полосы - это места, куда они вовсе не попадают.

Если теперь применить эти соображения не к собранию большого числа электронов, а к отдельным электронам, то можно также сказать, что вероятность нахождения электрона максимальна там, где амплитуда волнового поля имеет максимальную величину и равна нулю там, где амплитуда равна нулю. Но так как амплитуда может быть и положительной, и отрицательной, а вероятность есть всегда положительное число, то необходимо характеризовать вероятность *квадратом* амплитуды.

Таким образом, связь между распространением волн де Бройля и микрочастиц может рассматриваться только статистически.

Гипотеза де Бройля о волнах вещества вскоре была подтверждена экспериментально также опытами Томсона и Тартаковского [1 – 3]. В этих опытах была доказана возможность наблюдения дифракции электронов. Опыты проводились следующим образом

В 1928 году Г. П. Томсон и независимо от него П. С. Тартаковский получили дифракционную картину при прохождении электронного пучка через металлическую фольгу (рис.17.4). Г. П. Томсон пропускал тонкий монохрома-

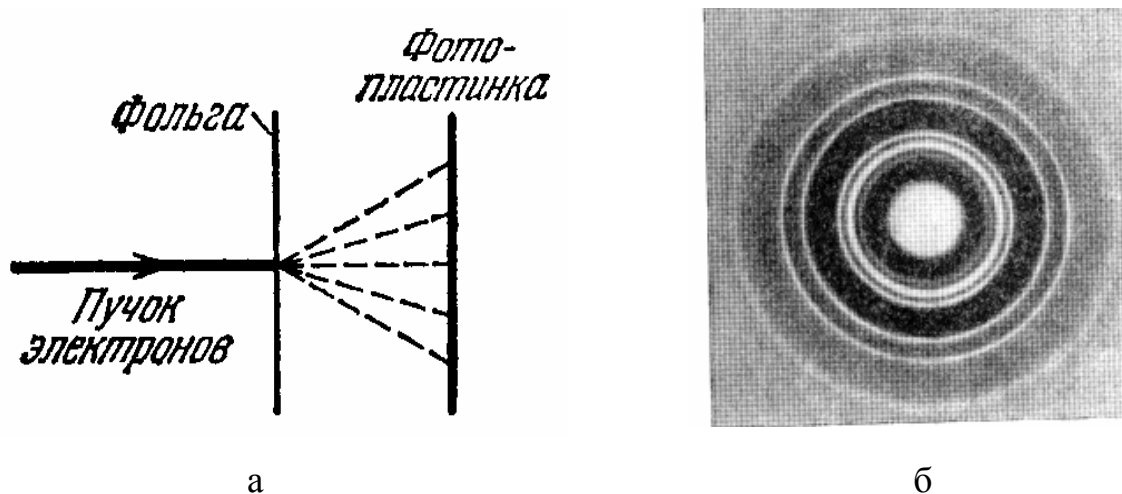


Рис. 17.4

тический пучок быстрых электронов (ускоренных потенциалом от 17,5 до 56,5 кВ) сквозь монокристаллическую фольгу толщиной  $\sim 10^{-5}$  см. П. С. Тартаковский использовал поток менее быстрых электронов (ускоренных потенциалом до 1700 В). Опыты осуществлялись следующим образом (см. рис. 17.4, а).

Пучок электронов, ускоренный разностью потенциалов, проходил через тонкую металлическую фольгу и попадал на фотопластинку. Электрон при ударе о фотопластинку оказывал на нее такое же действие, как и фотон. Все электроны укладывались на фотопластинке точно по кругу, то есть образовывалась дифракционная картина (рис. 17.4, б). Сходство с полученной в таких же условиях рентгенограммой, было идеальным. Позднее Штерн и его сотрудники показали, что дифракционные явления обнаруживаются также у атомных и молекулярных пучков.

Во всех перечисленных случаях дифракционная картина соответствует длине волны, определяемой соотношением (17.3).

В опытах Томсона и Тартаковского, а также в опытах Дэвиссона и Джермера интенсивность электронных пучков была очень велика. Поэтому можно было предположить, что наблюдаемая дифракционная картина обусловлена одновременно участием в процессе большого числа электронов, а отдельный электрон, проходя через кристалл, не будет обнаруживать дифракции. Чтобы выяснить этот вопрос, российские физики Л. М. Биберман, Н. Т. Сушкин и В. А. Фабрикант осуществили в 1949 году опыт, в котором интенсивность электронного пучка была настолько слабой, что электроны проходили через прибор практически по одиночке. Средний промежуток времени между двумя последовательными прохож-

дениями электрона через дифракционную систему был примерно в 30000 раз больше времени, затрачиваемого одним электроном на прохождение всего прибора. При достаточно длинной экспозиции была получена дифракционная картина, ничем не отличающаяся от той, которая наблюдается при интенсивности пучка в  $10^7$  раз большей, но меньшем времени экспозиции (рис. 17.4, б). То есть электроны также укладывались по кругу. Таким образом, было доказано, что и отдельные микрочастицы обладают волновыми свойствами, аналогичными потоку микрочастиц.

### 17. 3. Описание лабораторной установки

Данная работа проводится расчетным методом на персональном компьютере. Для ее выполнения используется специальная программа, которая загружена в компьютер. Программа предназначена для расчета длины волны де Бройля, скорости частиц и их импульса.

Функционально программа состоит из четырех блоков, которые позволяют:

- 1) моделировать опыты Томсона и Тартаковского по дифракции микрочастиц;
- 2) рассчитывать скорость частиц, их импульс и длину волны де Бройля;
- 3) анализировать зависимость картины дифракции частиц на щели от ускоряющего напряжения и ширины щели;
- 4) получать распределение интенсивности в дифракционной картине от пучка микрочастиц.

Для успешного выполнения работы надо иметь лишь элементарные навыки пользования компьютером. Эти навыки сводятся к умению работы с клавиатурой компьютера. В случае, если таких навыков у студента нет, необходимо перед выполнением работы проконсультироваться у преподавателя и выполнение работы проводить только в присутствии лаборанта или преподавателя.

**КАТЕГОРИЧЕСКИ ЗАПРЕЩАЕТСЯ** нажимать на клавиатуре компьютера какие-либо клавиши, кроме букв алфавита, цифр, клавиш перемещения курсора и клавиши "ВВОД". Все остальные клавиши нажимаются только с разрешения и в присутствии лаборанта.

### 17.4. Методика проведения эксперимента и обработка результатов

#### 17.4.1. Методика эксперимента

Заложенная в компьютер программа предполагает выполнение следующих расчетных операций:

- 1) расчет скорости частиц, их импульса и длины волны де Бройля;
- 2) построение картины дифракции и графика распределения интенсивности в ней.

Все эти расчеты могут выполняться для широкого интервала значений массы микрочастицы, заряда, ускоряющего напряжения, ширины щели и времени экспозиции, которые вводятся в начале выполнения работы. После всех расчетов на экран монитора выводятся рассчитанные значения необходимых величин и графики.

Все графики могут рассматриваться на экране монитора, зарисовываться в протокол работы или распечатываться на принтере для сравнения и анализа полученных результатов. Расчет всех величин, их запись и зарисовка графиков выполняются на компьютере довольно быстро (порядка 15 - 20 минут), что позволяет проводить работу неоднократно в течение занятия. После выполнения всех операций для одних значений величин, вводимых в процессе работы, ее можно повторить для других значений аналогичных параметров, а затем сравнить полученные результаты.

#### 17.4.2. Порядок выполнения работы

1. При домашней подготовке выберите и запишите в протокол (в произвольной форме) значения масс изучаемых микрочастиц, их заряда, ускоряющее напряжение, ширину щели и время экспозиции, предполагаемые для изучения.

В лаборатории перед началом работы обсудите с преподавателем целесообразность расчетов для выбранных параметров. Затем проверьте, включены ли компьютер и монитор (а также, при возможности, принтер). Если Вы впервые работаете на данном типе компьютера, получите необходимый инструктаж по его эксплуатации у лаборанта.

Получив разрешение на работу, запустите программу и приступайте к выполнению задания.

2. Введите выбранные значения массы микрочастицы (в килограммах) на машинном языке (например,  $10^{-31} = 1\text{E}-31$ ), заряда (в кулонах), ускоряющего напряжения (в вольтах), ширину щели (в метрах) и время экспозиции (в минутах).

Помните, что после набора соответствующего числа нужно нажимать клавишу "ВВОД" для отправки этого числа в расчетную программу.

3. Приготовьте Ваш протокол работы для того, чтобы вписать в него рассчитанные значения скорости частиц, их импульса и длины волны де Бройля, а также зарисовать схему установки, картину дифракции на щели и вид кривой распределения интенсивности. Сделайте эти записи и зарисовки в протокол для выбранных значений массы, заряда микрочастицы и ускоряющего напряжения.

4. Закончив зарисовку графика, нажмите любую клавишу. Повторите выполнение заданий 2 и 3 для других значений вводимых величин массы  $m$ , заряда  $q$  микрочастицы и ускоряющего напряжения  $U$ . Это повторение выполните не менее 5 - 7 раз для широкого интервала значений  $m$ ,  $q$  и  $U$ , заполняя при этом таблицу 17.1.

5. Выполнив тем самым весь цикл работы, для окончания ее нажмите клавишу „N“ в ответ на запрос программы о продолжении работы. На этом Ваше вы-

полнение работы закончено.

Таблица 17.1

| Номер опыта | Масса<br>микрочастицы<br>$m$ в кг | Заряд<br>микрочастицы<br>$q$ в Кл | Ускоряющее<br>напряжение<br>$U$ в В | Длина волны<br>де Бройля<br>$\lambda_B$ в м |
|-------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-------------------------------------|---------------------------------------------|
| 1           |                                   |                                   |                                     |                                             |
| 2           |                                   |                                   |                                     |                                             |
| 3           |                                   |                                   |                                     |                                             |
| 4           |                                   |                                   |                                     |                                             |
| 5           |                                   |                                   |                                     |                                             |

#### 17.4.3. Обработка результатов работы

1. При домашней обработке результатов по данным таблицы 17.1 графики зависимости длины волны де Бройля  $\lambda_B$  от  $m$ ,  $q$  и  $U$ . Проанализируйте полученные графики.

2. Изучите зарисованные картины дифракции и графики распределения интенсивности.

3. Сделайте выводы по всем полученным результатам и сравните их с теоретическими данными. Ответьте на все контрольные вопросы.

#### 17.5. Перечень контрольных вопросов

1. В чем суть гипотезы Луи де Бройля?
2. Получите выражения для фазовой скорости волн де Бройля и для показателя преломления их на границе раздела двух сред.
3. Получите выражение для групповой скорости волн де Бройля.
4. Каковы возможные способы физической интерпретации волн де Бройля, их преимущества и недостатки?
5. В чем суть опытов Дэвиссона и Джермера; опытов Томсона и Тартаковского; опытов Бибермана с сотрудниками? Каковы их основные результаты?
6. Как в опытах Томсона показать, что дифракционная картина образовывалась самими рассеянными электронами, а не вторичными рентгеновскими лучами, возбуждаемыми ими?
7. Объясните результаты, полученные в работе.

#### СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сивухин Д. В. Общий курс физики. В 5-ти т. - Т.5, ч.1.- М.: Наука, 1986. - § 17 - 19.
2. Шпольский Э. В. Атомная физика. В 2-х т. - Т.1.- М.: Физматгиз, 1974. - § 140 - 147.
3. Савельев И. В. Курс общей физики. В 3-х т. - Т.3.- М.: Наука, 1982. – § 18,19.